

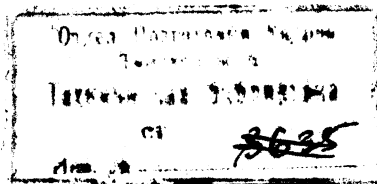
Б. Л. КАРВАЦКИЙ

6.15.25  
К-21

# ОБЩАЯ ТЕОРИЯ АВТОТОРМОЗОВ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

*Утверждено*  
*Управлением учебными заведениями*  
*Министерства путей сообщения СССР*  
*в качестве учебного пособия*  
*для студентов вузов железнодорожного транспорта*



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТРАНСПОРТНОЕ  
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
Москва 1947

7802

Учб 250

В книге освещается общая теория автотормозов: динамика торможения поезда, расчёты воздушной тормозной магистрали, компрессоров и паровоздушных насосов, а также приводятся характеристика тормозов высокоскоростных поездов и методика стационарных и путевых испытаний автотормозов.

Книга утверждена УУЗ МПС в качестве учебного пособия для втузов железнодорожного транспорта и может быть использована научными работниками и конструкторами при проектировании автотормозов.

---

**Цена книги 14 р.  
Переплёт 1 р.**

Редактор инж. *В. А. Дробинский*  
Техн. редактор *Г. П. Ратнер*

Сдано в набор 21/X 1946 г.  
Подписано к печати 25/XII 1946 г.  
Формат бумаги  $72 \times 105\frac{1}{2}$  л. л.  
Объём  $18\frac{3}{4}$  п. л. Уч.-изд.  $26\frac{1}{2}$  л.  
ЖДИЗ 21167. Зак. тип. 2102  
А 13015 Тираж 5000 экз.

1-я типография Трансжелдориздата МПС

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
От автора . . . . .	6
Введение . . . . .	7
§ 1. О развитии автотормозного дела . . . . .	7
§ 2. О расположении материала в книге . . . . .	8
§ 3. Схема и принцип работы автоматических тормозов . . . . .	8
§ 4. Общие предварительные сведения . . . . .	12
а) Типы диаграмм разных торможений . . . . .	12
б) Тормозная сила, тормозной коэффициент и тормозной путь . . . . .	15

### Глава первая

#### Динамика торможения

§ 5. Основные понятия . . . . .	16
а) Определение и содержание предмета . . . . .	16
б) Внешние проявления реакций, их величина и характер. Методы исследования . . . . .	17
в) Разделение реакций в поезде на статические, квази-статические и динамические . . . . .	18
§ 6. Тормозные фазы и их значение . . . . .	19
§ 7. Квази-статическая реакция, возникающая в первой фазе торможения . . . . .	21
§ 8. О динамических реакциях, возникающих во второй фазе торможения . . . . .	25
а) Общие установки . . . . .	25
б) Уравнения динамики заторможенного поезда . . . . .	26
§ 9. Чисто динамические реакции как результат гармонического колебания . . . . .	32
§ 10. Скорость сжатия поезда . . . . .	35
а) Скорость упругой волны . . . . .	35
б) Скорость сжатия поезда . . . . .	38
§ 11. Окончательные формулы динамики торможения поезда во второй фазе . . . . .	39
§ 12. Реакции в третьей и четвертой фазах торможения: . . . . .	42
а) «Отдача» . . . . .	42
б) Область наибольших реакций в поезде . . . . .	43
в) Реакции вследствие неравномерного распределения удельной тормозной силы вагонов . . . . .	43
§ 13. Основные формулы динамики торможения. Выводы и заключения . . . . .	48
§ 14. Силовые взаимодействия между тормозами и сцепками: . . . . .	52
а) Сведения из практики и опыта . . . . .	52
б) Реакции при торможении поезда, вызываемые наличием свободных зазоров у автосцепок . . . . .	53
в) Теоретическое исследование американской кривой трёхмерного темпа подъёма давления в тормозном цилиндре при экстренном торможении . . . . .	60
§ 15. Давления колёс на рельсы во время торможения: . . . . .	64
а) Двухосный вагон . . . . .	64
б) Четырёхосный вагон . . . . .	65
в) Силы, действующие на заторможенное колесо, и реакция подшинника . . . . .	67

### Глава вторая

#### Теория сухого трения в приложении её к вопросам торможения поезда

§ 16. Современное значение сухого трения . . . . .	73
§ 17. Опытные данные по трению тормозных колодок: . . . . .	75
а) Общие сведения . . . . .	75
б) Коэффициент трения тормозных колодок по опытам Гальтона . . . . .	75
в) Коэффициент трения тормозных колодок по опытам Мецкова . . . . .	76
г) Коэффициент трения тормозных колодок по американским данным . . . . .	77
д) Коэффициент трения тормозных колодок по опытам ЦНИИ . . . . .	80

	Стр.
е) Зависимость коэффициента трения от начальной продолжительности трения	81
ж) Зависимость коэффициента трения от нагрева тормозной колодки	83
з) Влияние влажности на величину коэффициента трения	83
и) Коэффициенты трения, получаемые по формулам	84
к) Величина износа чугунных тормозных колодок в зависимости от их твердости, скорости и нажатия	86
§ 18. Теория трения	88
А. Сущность и механизм процесса трения и превращения его работы в теплоту:	88
а) Общие соображения	88
б) Фрикционное сцепление	88
в) Трение	90
Б. Вывод основных уравнений и формул трения	93
В. Анализ и оценка выведенных формул	103
§ 19. Законы сухого трения и их обоснования	105
а) Законы трения Кулона — Морена и основные положения	105
б) Новые законы сухого трения и выводы, полученные на основании теории и опыта	106
в) Теоретические обоснования законов трения	107
§ 20. Исследование нагрева тормозной колодки и обода колеса во время торможения	111
а) Температурный режим тормозной колодки и обода колеса	111
б) Температурный режим трущейся поверхности обода колеса	121
в) Влияние поверхностного нагрева от трения на обод колеса	130
§ 21. Сцепление колёс с рельсами	132
А. Коэффициенты сцепления колёс с рельсами	132
Б. Исследование явлений юза	136
а) Общие сведения	136
б) Сопоставление коэффициентов сцепления при качении и трения при юзе	139
в) Обстоятельства, при которых создается затяжной юз	140
г) Анализ причин, создающих юз	141
д) Степень устойчивости юза на ходу поезда	149
е) Общее заключение	150
§ 22. Опыт приложения формулы трения (22) к выводу уравнений движения заторможенного поезда	151

### Глава третья

#### Рычажные передачи

§ 23. Основные понятия и определения	161
§ 24. Коэффициенты нажатия тормозных колодок	161
§ 25. Передаточное число рычажной передачи	163
§ 26. Примеры и указания к построению рычажных передач	168
§ 27. Тормозные колодки	176

### IV Глава четвертая

#### Теория воздушной тормозной магистрали

§ 28. Тормозная магистраль и её характеристика	180
§ 29. Теоретическое исследование воздушной и тормозной волны	188
А. Воздушная волна	188
а) Общие сведения	188
б) Скорость воздушной волны	189
Б. Тормозная волна	193
а) Общие сведения	193
б) Темпы падения давления в разных точках магистрали	196
в) Определение времени начала действия воздухораспределителя и скорость тормозной волны	202
г) Значение изменения сопротивления движению магистрального поршня для работы тормоза	205
§ 30. Особые случаи разрядки магистрали	207
а) Медленная разрядка магистрали и зависящая от неё «мягкость» тормоза	207
б) Кригическая длина тормозной магистрали и дополнительная разрядка её при торможениях	211
в) Разрядка магистрали при разрыве поезда	213
г) Распределение давления в магистрали при разрыве поезда	215
§ 31. Тормозная воздухопроводная сеть	216
а) Вывод теоретических формул движения воздуха в трубах	216
б) Местные потери давления	222
в) Практические данные о движении воздуха по трубам	223



	Стр
§ 32. Расход воздуха на тормоз . . . . .	225
а) Расход воздуха в пути на торможение и определение требуемой производительности компрессора . . . . .	225
б) Определение объёма главного резервуара на локомотиве . . . . .	231
в) Подсчёт компрессорной установки и трубопроводной сети контрольного пункта для зарядки и испытания автотормозов . . . . .	232

## Глава пятая

### Паровоздушные насосы

§ 33. Общие сведения о физических свойствах воздуха] . . . . .	234
а) О состоянии воздуха . . . . .	234
б) О влажности воздуха . . . . .	238
в) О работе, затрачиваемой на сжатие воздуха . . . . .	239
§ 34. Типы паровоздушных насосов, их схемы и работа . . . . .	240
а) Общая характеристика паровоздушных насосов . . . . .	240
б) Простой насос и тандем насос . . . . .	244
в) Компаунд-насос . . . . .	247
§ 35. Определение расхода пара и производительности паровоздушных насосов. Сравнительная оценка качества их . . . . .	250
а) Объёмный коэффициент полезного действия . . . . .	250
б) Коэффициент подачи воздуха . . . . .	251
в) Наивыгоднейший режим работы насоса . . . . .	255
г) Сравнительная оценка паровоздушных насосов по удельному расходу пара . . . . .	256
§ 36. О качестве тормозного воздуха . . . . .	257
а) Общие сведения . . . . .	257
б) Степень влажности тормозного воздуха . . . . .	259
в) Некоторые наблюдения из практики . . . . .	260
г) Какую влажность тормозного воздуха можно считать допустимой . . . . .	260
д) Влажность воздуха в главном резервуаре . . . . .	262
е) Зависимость влажности тормозного воздуха от состояния его в главном резервуаре . . . . .	264
ж) Меры, применяемые для охлаждения воздуха в главном резервуаре . . . . .	266

## Глава шестая

### Тормоза для скоростных поездов

§ 37. Значение тормозов и их эксплуатация . . . . .	268
а) Общие сведения . . . . .	268
б) Собственное сопротивление скоростного поезда . . . . .	270
в) Общая характеристика технических условий для скоростных тормозов . . . . .	271
г) Техника торможения скоростного поезда . . . . .	271
д) Схема и общая характеристика американского скоростного тормоза (AHSC) . . . . .	273
е) Дисковые тормоза . . . . .	276

## Глава седьмая

### Испытания тормозов

§ 38. Методы стационарных и путевых испытаний тормозов . . . . .	277
а) Индивидуальные испытания тормозов . . . . .	279
б) Групповые стационарные испытания тормозов . . . . .	279
в) Поездные или путевые испытания тормозов . . . . .	280

## Глава восьмая

### Некоторые сведения, относящиеся к проектированию тормозных приборов

§ 39. Общая характеристика . . . . .	289
а) Различного рода уплотнения поршней . . . . .	289
б) Вывод формул для определения рабочих площадей диафрагмы . . . . .	289
в) Лабиринтовые или безнабивочные уплотнения . . . . .	293
г) Золотники . . . . .	298
д) Клапаны . . . . .	299

## От автора

Современные железнодорожные поезда немыслимы без эффективной системы автоматических тормозов. Автотормоза играют большую роль в обеспечении безопасности движения поездов. Наряду с этим они дают возможность увеличить вес и скорость поездов и способствуют применению наиболее совершенных систем автоблокировки и пр.

За годы сталинских пятилеток сотни тысяч вагонов были оборудованы автотормозами. Наша промышленность не только успешно справилась с задачей перевода товарных и пассажирских поездов на сплошное автоторможение, но и создала свой тормоз системы Матросова для товарного подвижного состава, эксплуатационные качества которого в основном превосходят тормоза иностранных фирм.

В новой пятилетке транспорт получит 472,5 тыс. грузовых вагонов (в двухосном исчислении) и 6 тыс. пассажирских вагонов.

Пятилетним планом восстановления и развития железнодорожного транспорта предусматривается довести оборудование автотормозами грузового вагонного парка до 93% от общего парка вагонов.

Эта задача, поставленная партией и правительством, обязывает инженеров и конструкторов шире развернуть научно-исследовательскую работу в области тормозостроения. В этой связи разработка теории автотормозной механики приобретает особо важное значение. Это тем более необходимо, что до сих пор в мировой технической литературе вопросы теории тормозного дела или совсем не затрагиваются, или рассматриваются лишь эмпирически.

В предлагаемой читателю книге автор стремился восполнить этот пробел в литературе. Книга представляет собой дальнейшее развитие курса по теории автотормозов, напечатанного впервые в 1938 г. Особенностью её является коренная переработка всего материала на основании опыта и теоретических исследований. Книга составлена на основе учебной программы для втузов железнодорожного транспорта.

В ней особенно подробно изложены главы: 1-я «Динамика торможения поезда», 2-я «Теория сухого трения», 4-я — «Теория воздушной тормозной магистрали» и 5-я «Паро-воздушные насосы».

Автор выражает глубокую благодарность проф. В. Ф. Егорченко, с которым он неоднократно обсуждал наиболее сложные вопросы, возникавшие в процессе работы над книгой, а также за оказанную помощь при пересмотре рукописи.

Все замечания читателей по существу материала настоящей книги автор примет с признательностью.

*Карвацкий Б. Л.*

## ВВЕДЕНИЕ

### § 1. О РАЗВИТИИ АВТОТОРМОЗНОГО ДЕЛА

Распространение и производство автоматических железнодорожных тормозов с начала их возникновения—в 1869 г.—до 1908 г. находилось во всём мире исключительно в руках одной американской фирмы «Акционерное общество Вестингауза». Фирма «Вестингауза», владея множеством скупленных патентов, искусственно задерживала проведение их в жизнь, чтобы воспрепятствовать другой компании овладеть ими.

Научные открытия, новые проекты в области тормозостроения не получали своего практического применения из-за глубочайших общественных противоречий капиталистического общества.

В. И. Ленин в своей известной книге «Империализм, как высшая стадия капитализма» приводит много ярких примеров застоя и загнивания современного капитализма, когда новые изобретения не применяются, а кладутся под сукно.

Фирма «Вестингауза» не была заинтересована в осуществлении новых проектов тормозов, так как новые предложения грозили сократить её прибыли и обесценить вложенные старые капиталы. Отсюда становится понятным, почему в течение почти полувека наблюдался полный технический застой в теории и практике тормозного дела.

Наука о тормозах, занимающих важное место в системе железнодорожного транспорта, сводилась лишь к изучению описания их устройства и действия по руководствам, издаваемым самой фирмой.

Приведём несколько примеров отставания теории от практики.

В одном из отчётов о тормозных испытаниях в Берлингтоне (США) в 1887 г. комиссия отметила, что на основании приблизительных подсчётов сила толчков при торможении возрастает быстрее, чем квадрат числа вагонов в поезде<sup>1</sup>.

Из этого видно, что был подмечен важный факт в деле развития и совершенствования тормозов, ибо тип тормоза определяется прежде всего длиной составов поездов, для которых он предназначается. Тем не менее по причине отсутствия теоретических исследований природа и физический смысл этого закона до последнего времени не были выяснены.

В другом отчёте капитана Гальтона об опытах по трению тормозных колодок (1878 г.) находим указания, что несмотря на всю тщательность проведения опытов, не удалось выявить какую-либо закономерность между коэффициентом трения и скоростью, так как «всё время имелись какие-то не поддающиеся учёту погрешности».

Лишь не так давно выяснилось и в настоящее время теоретически вполне подтвердилось, что на величину коэффициента трения влияет не только скорость, но в значительной степени и сила нажатия.

Подобных примеров можно привести не мало. Они достаточно убедительно говорят о необходимости глубокой и своевременной разработки теоретических проблем в области тормозостроения.

<sup>1</sup> «Испытания воздушных тормозов». Перевод и издание на русском языке, 1908 г., стр. 129.

Победа социализма в СССР, где восторжествовала плановая система развития народного хозяйства, открыла величайшие возможности для дальнейшего подъёма и расцвета науки и техники. Наше государство затрачивает на научно-исследовательские мероприятия огромные средства. В новой сталинской пятилетке на организацию научно-исследовательской работы только на железнодорожном транспорте капиталовложения составят около 700 млн. рублей.

Для дальнейшего развития железнодорожного транспорта, связывающего в единое целое все многочисленные области и районы нашей страны, необходимо, чтобы каждое его звено совершенствовалось в полном соответствии с прогрессом всей транспортной техники. Одним из таких звеньев являются автотормоза, производство и конструкцию которых нужно неустанно улучшать. Поэтому дальнейшее теоретическое исследование работы автотормозов является нашей первой задачей.

## **§ 2. О РАСПОЛОЖЕНИИ МАТЕРИАЛА В КНИГЕ**

Тормозные процессы отличаются сложностью и обычно сопровождаются комплексом разнородных явлений, совокупность которых и даёт наблюдаемый эффект торможения поезда. Чтобы стать на правильный путь научного исследования интересующего нас предмета, в основу положен метод последовательного изучения отдельных механических явлений и их взаимодействия.

Следуя этому методу, представляется целесообразным начинать изучение тормозов с их основной работы воздействия на подвижной состав и с тех деталей, которые в ней принимают непосредственное участие.

В соответствии с поставленной целью необходимо было план данной книги подчинить следующему порядку рассмотрения и изучения любой тормозной системы.

1. Динамика торможения, как исходная теория для разрешения разнообразных вопросов, связанных с торможением поездов, а также вопросов, могущих возникнуть при проектировании тормозных систем.

2. Законы сухого трения и сцепления колёс с рельсами, играющие исключительную роль в вопросах торможения.

Этот раздел имеет важное значение в деле совершенствования тормозных колодок, устранения затыжных юзов и проектирования скоростных тормозов.

3. Силовые устройства — рычажные передачи, тормозные цилиндры и тормозные колодки. Методы их построения и расчёта.

4. Служебная группа приборов — пневматика тормозной магистрали. Работа приборов управления и торможения. Расход воздуха на торможение. Трубопроводы.

5. Подсобные устройства. Тормозные компрессоры. Анализ их работы. Главные резервуары. Качество тормозного воздуха.

6. Испытательные средства для проверки работы тормозов.

7. Проблемные вопросы.

## **§ 3. СХЕМА И ПРИНЦИП РАБОТЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ ТОРМОЗОВ**

Предполагается, что читатель достаточно знаком с устройством и действием автоматических тормозов, описанных подробно в элементарных курсах. Однако для полноты и цельности данного теоретического руководства, для унификации понятий автора и читателя в отношении основной схемы устройства и работы тормозов целесообразно дать краткое описание их.

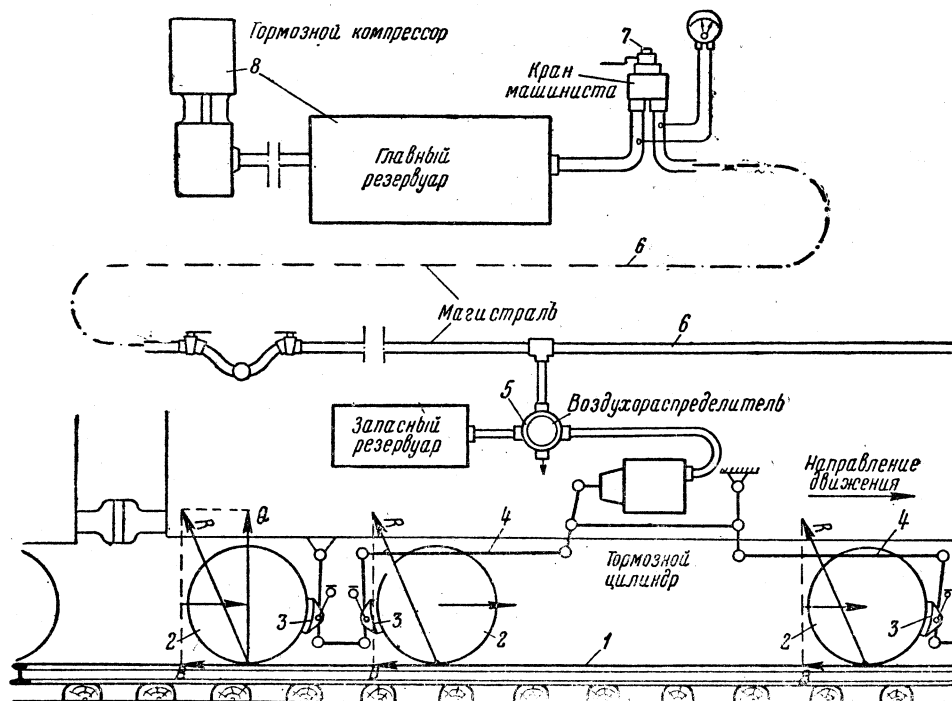
Современные железнодорожные поезда характеризуются, во-первых, большим весом и значительным числом единиц подвижного состава, сцепленных упряжью (имеющей отчасти свободные зазоры, отчасти пружинно-фрикционные устройства), и, во-вторых, сравнительно малым сопротивлением движения поезда (около 2—10 кг на 1 т) при относительно больших скоростях.

Вследствие этого на каждом поезде необходимо иметь достаточно сильные тормоза, которыми машинист мог бы в случае надобности останавливать поезд

перед заградительным сигналом или перед угрожающей опасностью, а также уменьшать скорость при подходе к станции или останавливаться в заранее определённом месте.

На железных дорогах применяются фрикционно-колодочные тормоза сжатого воздуха. Они осуществляют торможение поезда путём использования сил трения, возникающих на поверхностях катания колёс вследствие прижатия к ним тормозных колодок за счёт давления сжатого воздуха на поршни тормозных цилиндров.

Однако все эти приспособления и развиваемые ими силы, будучи внутренними по отношению к подвижному составу, не имели бы сами по себе никакого значения для движения всего поезда, если бы не существовало контакта между колёсами и рельсами. Этот контакт как раз является местом для возникновения задерживающих движение поезда внешних сил.



Фиг. 1. Элементарная схема системы воздушного тормоза

Вот почему при рассмотрении устройства и действия тормозов необходимо учитывать влияние рельсов и колёс, без которых не было бы торможения.

Чтобы вызвать требуемое замедление движения поезда тормозами, приводимыми в действие посредством сжатого воздуха, необходимо, чтобы в этом участвовали следующие восемь основных элементов, показанных условно на схеме фиг. 1.

1. Р е л ь с ы, которые, являясь опорами, создают реакции, уравнивающие давление колёс. При отсутствии торможения эти реакции  $Q$  вертикальны (или почти вертикальны), а в процессе торможения они отклоняются от вертикали в сторону, обратную движению поезда, по причине появления горизонтальных тормозных сил в точках касания колёс с рельсами.

Величина отклонения тем больше, чем сильнее нажимают на колёса тормозные колодки, однако угол этого отклонения не должен быть больше угла трения, или, вернее, угла сцепления колёс с рельсами, во избежание прекращения вращения колёс.

2. К о л ё с а. Прямое назначение их — уменьшать сопротивление движению поезда, но при торможении, т. е. при искусственном увеличении сопротивле-

ния вращению колёс, они превращаются в тормозные элементы, создающие на рельсах подвижной упор, направленный против движения.

3. Тормозные колодки. Это самый активный элемент тормозного оборудования в смысле выполняемой работы по увеличению сопротивления вращению колёс. Они совместно с колёсами посредством трения превращают кинетическую энергию движущегося поезда в тепло, рассеиваемое затем в окружающую среду.

4. Рычажные передачи с тормозными цилиндрами служат для преобразования давления воздуха в силы нажатия тормозных колодок на ободы колёс.

5. Воздухораспределители, находящиеся под каждой тормозной единицей, выполняют свою работу в зависимости от производимого машинистом изменения давления воздуха в магистрали. Они распределяют сжатый воздух между магистралью *б*, запасным резервуаром и тормозным цилиндром.

6. Магистраль. Она является главным воздухопроводом для питания всей тормозной системы сжатым воздухом и одновременно с этим служит пневматическим проводником для связи воздухораспределителей с краном машиниста.

7. Кран машиниста. Прибор для управления работой тормозов и для питания сжатым воздухом тормозной системы за счёт постоянного запаса в главном резервуаре.

8. Тормозной компрессор с главным резервуаром служат для заготовки и накопления запаса сжатого воздуха, предназначенного для питания всей тормозной системы.

Рассмотрим в основных чертах действие тормозов в поезде.

При отпущенном состоянии тормозов вся магистраль и связанные с нею посредством воздухораспределителей запасные резервуары наполнены сжатым воздухом, имеющим давление обычно 5 ат. Это давление называется поездным, иногда называют его зарядным. Оно поддерживается как в магистрали, так и в запасных резервуарах посредством крана машиниста на одном уровне, несмотря на наличие почти неизбежных утечек. Поддержание этого давления производится автоматически за счёт сжатого воздуха из главного резервуара. Тормозные цилиндры в это время сообщаются через воздухораспределители с атмосферой, и поэтому поршни цилиндров под действием пружин удерживаются в своих крайних исходных положениях. При этом рычаги рычажной передачи, связанные с головками штоков поршней, оттягивают тормозные колодки от колёс, что и соответствует отпущенному состоянию тормозов.

Для торможения поезда надо произвести некоторое понижение давления воздуха в магистрали, причём для малого торможения меньшее, для более сильного — большее. Это понижение давления должно быть произведено определённым темпом, что предусмотрено устройством самого крана машиниста.

Под влиянием падения давления в магистрали воздухораспределители возбуждаются к действию и устанавливают свои распределительные органы таким образом, что на определённый промежуток времени запасные резервуары сообщаются с тормозными цилиндрами. Давления в магистрали и в тормозных цилиндрах находятся в определённой зависимости друг от друга благодаря особому принципу работы воздухораспределителей. Это даёт возможность машинисту регулировать тормозную силу посредством изменения давления в магистрали.

Воздух, заключённый в главном резервуаре на локомотиве, не принимает непосредственно участия в описанных тормозных процессах. Компрессор поддерживает в этом резервуаре давление на 2—3 ат выше, чем в магистрали, во-первых, для пополнения возможных утечек из тормозной сети (это пополнение в одних системах тормозов происходит только при отпущенном состоянии их, а в других и во время процесса торможения), во-вторых, запас воздуха высшего давления нужен для отпуска тормозов после законченного торможения и для восстановительной зарядки запасных резервуаров.

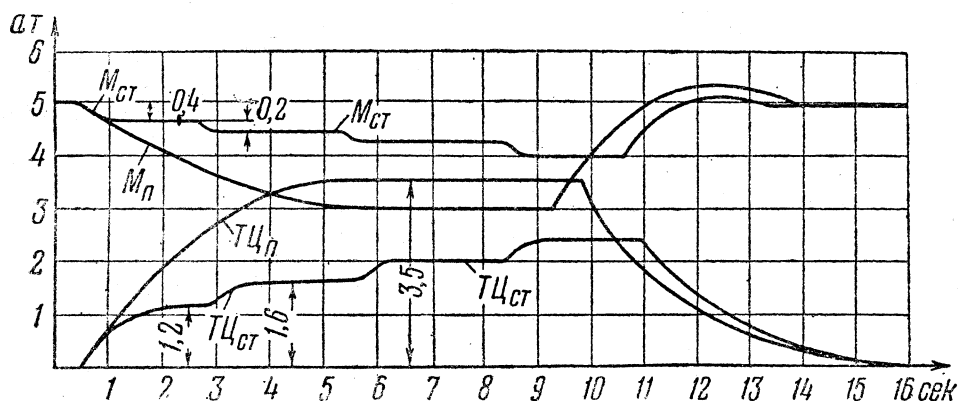
Отпуск тормозов производится обратным порядком, т. е. путём повышения давления в магистрали до 5 ат.

Все тормоза рассматриваемого типа допускают производить торможение либо небольшими ступенями, либо полностью. Отпуск же ступенями или полный может быть получен только у некоторых типов тормозов, например, Матросова. Другие же дают только один полный отпуск. Те тормоза, которые обладают свойством ступенчатого отпуска, имеют обычно тяжёлый отпуск, т. е. длительный и вялый, в соответствии с медленным подъёмом давления в конце длинной магистрали.

Рассмотренная работа тормозов поясняется диаграммой, изображённой на фиг. 2. На ней показаны изменения давления в магистрали и получающиеся вследствие этого соответственные изменения давления в тормозном цилиндре в функции времени. Диаграмма показывает работу одной тормозной единицы.

При ступенчатом торможении машинист даёт первое снижение давления в магистрали не менее  $0,4 \text{ ат}$  (линия  $M_{ст}$ ).

Следующие ступени снижения давления могут производиться на величину  $0,20$  и даже  $0,15 \text{ ат}$ , и приборы торможения будут также подчиняться этому снижению, если, конечно, они исправны и достаточно совершенны.



Фиг. 2. Диаграмма полного и ступенчатого торможения

По мере ступенчатого снижения давления в магистрали появляются соразмерные ступенчатые повышения давления в тормозном цилиндре (линия  $TЦ_{ст}$ ).

В случае полного торможения, когда давление в магистрали будет снижено без задержки на достаточно большую величину (линия  $M_n$ ), давление в тормозном цилиндре поднимается полностью до наибольшей величины, например, до  $3,5$  или  $4,0 \text{ ат}$ . Больше оно подниматься уже не будет, хотя бы давление в магистрали продолжало снижаться. Поэтому для экономии воздуха при полном служебном торможении не следует снижать его ниже  $3,5$ , если торможение было начато с зарядного давления  $5 \text{ ат}$ . Но если даётся экстренное торможение, то давление в магистрали снижается обычно до нуля путём выпуска из неё воздуха широким отверстием в кране машиниста.

Каждое торможение начинается в поезде с того места, где раньше начало падать давление в магистрали. Нормально падение давления происходит от головы поезда к его хвосту, распространяясь с определённой скоростью.

Такое распространение действия тормоза называется т о р м о з н о й в о л н о й. Величина скорости её при служебных торможениях бывает от  $60$  до  $150 \text{ м/сек}$ , а при экстренном — от  $150$  до  $250 \text{ м/сек}$ . Скорость эта определяется как отношение длины поезда ко времени её распространения. Отсчёт времени производится обычно от момента поворота ручки крана машиниста в тормозное положение до момента начала действия тормоза, находящегося в конце поезда.

Надо ещё отметить следующее обстоятельство. Каждый тормоз должен быть, как правило, в известной степени нечувствительным к начальному действию, именно, если в магистрали давление понижается с быстротой около  $0,3 \text{ ат}$  в

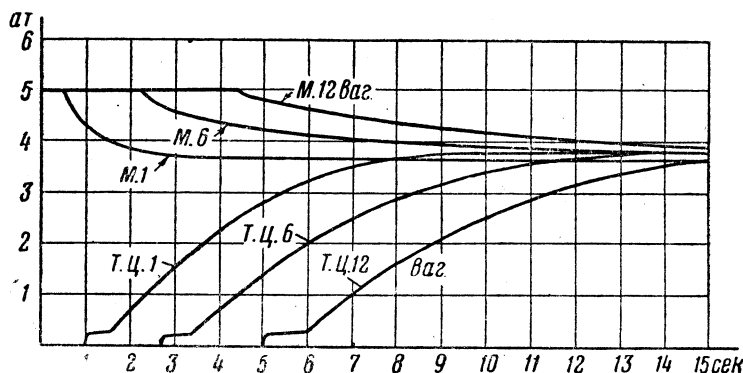
минуту, тормоз не должен реагировать на это падение. Это делается для того, чтобы в условиях эксплуатации медленные изменения давления в магистрали, например, после отцепки паровоза от поезда, не приводили тормоза в действие.

## § 4. ОБЩИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

### а) Типы диаграмм разных торможений

Из всех имеющихся в практике способов торможения рассмотрим три основных: 1) полное служебное, 2) ступенчатое, 3) экстренное. Остальные способы торможения, как то: регулировочные, перетормаживание, экстренное после начатого ступенчатого, комбинируются из этих основных.

В ряде вопросов, возникающих при исследованиях процессов торможения и получаемых от них эффектов, приходится иметь дело с перечисленными выше способами торможения и диаграммами, их изображающими. Поэтому будет не лишним дать некоторые пояснения к ним. Прежде всего надо заметить, что полное служебное торможение является условным. Оно на практике применяется в экстренных случаях лишь тогда, когда данный тип тормоза не приспособлен для экстренного торможения. Такие тормоза используются только в товарных поездах, например тормоза Кунце-Кнорра, Матросова и др.



Фиг. 3. Диаграмма давления в тормозных цилиндрах пассажирского поезда при полном служебном торможении

Обычно они являются медленнодействующими, так как приспособлены к подвижному составу, винтовая стяжка которого (в длинных товарных поездах) не выдерживает напряжений, возникающих при экстренном торможении. С полным переводом подвижного состава на автосцепку в СССР товарные тормоза будут скородействующими.

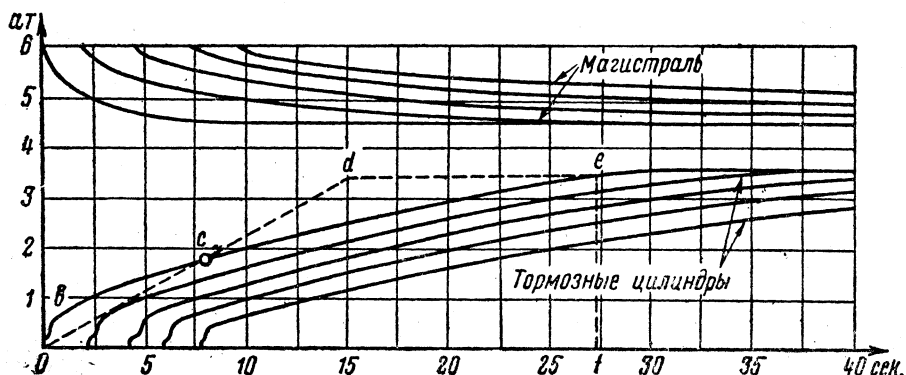
Пассажирские тормоза во всех странах приняты скородействующими, т. е. такими, которые приспособлены давать экстренную дополнительную разрядку тормозной магистрали при экстренном торможении. Последнее в коротких поездах (до 12—15 вагонов) происходит сравнительно плавно даже при довольно быстром наполнении тормозных цилиндров сжатым воздухом.

Если система тормоза рассчитана на экстренное торможение, то, как правило, полное служебное торможение не применяется в эксплуатации ни при каких условиях не только потому, что имеется для быстрых остановок более эффективное экстренное, но и потому, что в этих тормозах служебное торможение имеет чересчур быструю меру наполнения тормозных цилиндров.

Полное служебное торможение производится поворотом ручки крана машиниста на соответствующую позицию с таким расчётом, чтобы давление в магистрали снизилось на величину 1,2—1,5 ат (фиг. 3 и 4). Этого достаточно, чтобы давление в тормозных цилиндрах достигло максимальной величины.



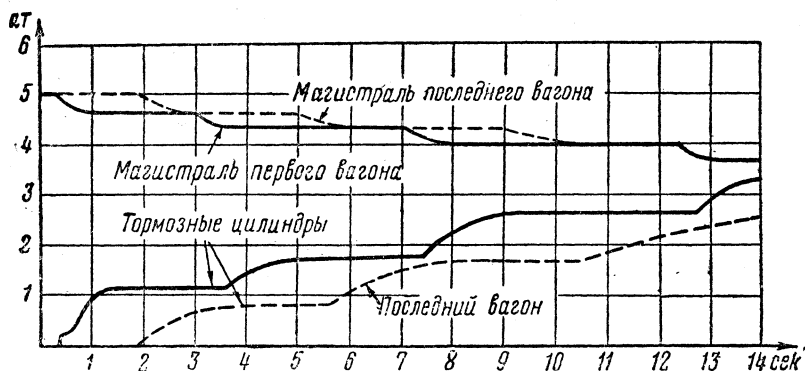
Ступенчатые торможения (фиг. 5). Характер работы тормозов при ступенчатом торможении отличается от полного торможения тем, что машинист не сразу использует весь имеющийся запас тормозной силы, а расходует его частями и с выдержками, создавая требуемое замедление движения поезда. В пассажирских поездах с быстрым подходом к станциям при доброкачественных тормозах даётся две или три ступени торможения. В товарных поездах редко когда приходится давать даже три ступени. В повседневной



Фиг. 4. Диаграмма полного служебного торможения товарного поезда

практике применяется преимущественно ступенчатое торможение и в редких случаях полное или экстренное.

Экстренное торможение (фиг. 6) характеризуется тем, что при быстрой разрядке тормозной магистрали посредством крана машиниста возбуждается на ближайшем к паровозу вагоне ускоритель экстренного торможения воздухораспределителя, который сообщает на короткое время магистраль с тормозным цилиндром или с атмосферой (в тормозах новейшей конструкции). Благодаря этому в первом случае из магистрали в цилиндр попадает широкими

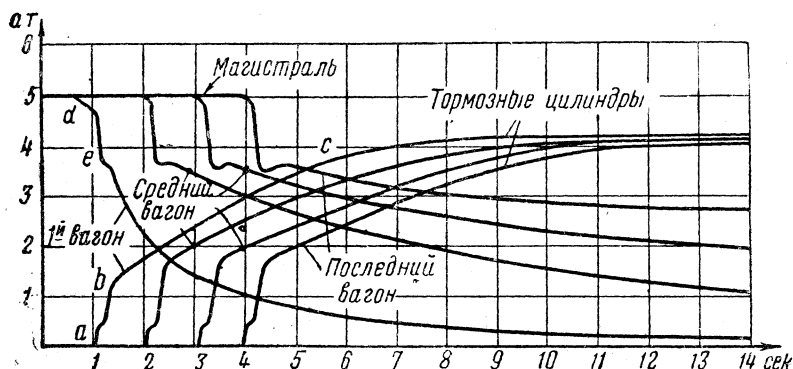


Фиг. 5. Диаграмма ступенчатого торможения в пассажирском поезде

отверстиями некоторое количество воздуха, дающее в нём быстрый подъём давления примерно до 1,0—1,5 ат (скачок *ab*), и соответственное скачкообразное падение давления в магистрали *de*. Это возбуждает действие тормоза следующего вагона, где повторяется та же картина, и так далее до конца магистрали. Из магистрали, следовательно, резко забирается воздух по месту каждого тормоза, что и даёт чрезвычайно быстрый эффект общего снижения давления в ней, а потому и быстрое начальное действие тормозов.

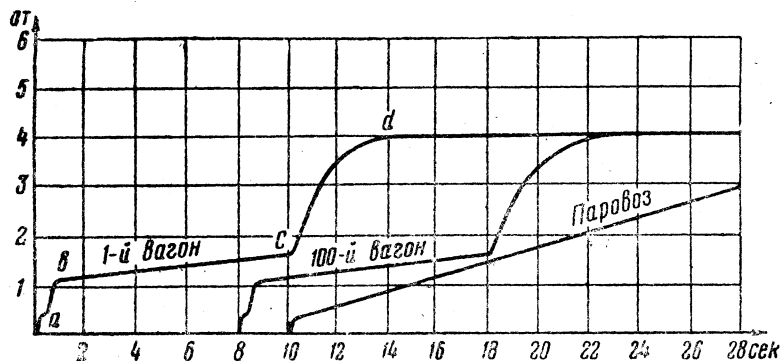
В американской практике экстренные торможения в длинных товарных поездах осуществляются по особому режиму, показанному на диаграмме фиг. 7. Пояснение значения такого режима даётся в § 14, пункты а и в.

Теоретическая диаграмма. Кривые изменения давлений в тормозных цилиндрах являются по преимуществу кривыми выравнивания двух

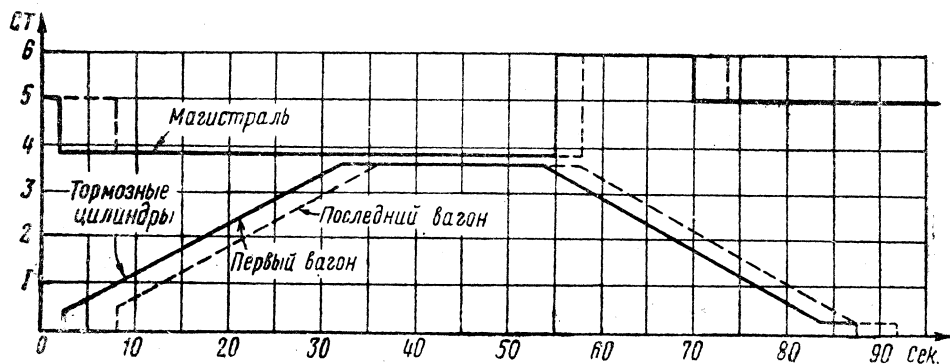


Фиг. 6. Диаграмма экстренного торможения

давлений: в запасных резервуарах и в тормозных цилиндрах, поэтому они являются по форме близкими к логарифмическим кривым.



Фиг. 7. Диаграмма наполнения тормозных цилиндров товарного поезда при экстренном торможении (американский тормоз «АВ»)



Фиг. 8. Идеальная диаграмма торможения и отпуска

Однако в целом ряде случаев для упрощения получаемых формул, изучения общих явлений и характера кривых последние спрямляются и приводятся к виду линейных, как показано на фиг. 8.

## б) Тормозная сила, тормозной коэффициент и тормозной путь

Тормозная сила  $b$  каждой тормозной единицы в поезде (вагона, тендера, локомотива), когда известны сумма сил нажатия тормозных колодок  $x$  на её колёса и известен коэффициент трения колодок  $\varphi$ , выражается как

$$b = x\varphi.$$

Но коэффициент трения  $\varphi$  является величиной переменной, зависящей от скорости и от силы нажатия. Если при экстренных и полных торможениях силу нажатия можно считать постоянной максимальной, то по отношению к скорости этого сказать нельзя: при торможении она уменьшается, приближаясь к нулю. Ввиду этого тормозную силу  $b$  следует считать как функцию скорости. Поэтому в тяговых расчётах для определения длины тормозного пути требуется интегрирование тормозной силы в пределах заданных скоростей, что выполняется графически или аналитически (см. § 22). При этом берётся сумма всех тормозных сил  $B$  поезда, которую можно выразить так

$$\sum b = B = \varphi \sum x.$$

На практике сумму нажатий всех колодок в поезде выражают в тоннах, а тормозную силу в килограммах:

$$B = 1000 \varphi \sum x \text{ [кг]}.$$

Удельная же тормозная сила, т. е. отнесённая к тонне веса поезда, будет

$$b_{уд} = \frac{B}{Q} = 1000 \varphi \frac{\sum x}{Q} \text{ [кг/т]},$$

где  $Q$  — вес всего поезда в тоннах.

Отношение  $\sum x : Q$  обозначают буквой  $\vartheta$  и называют «тормозным коэффициентом поезда». Он показывает, следовательно, какая сила нажатия колодок приходится на одну тонну веса поезда.

Тогда вышенаписанная формула принимает такой вид:

$$b_{уд} = 1000 \varphi \vartheta.$$

Согласно Правилам технической эксплуатации наибольшая длина тормозного пути при наибольшей скорости по расписанию на руководящем спуске допускается не более 800 м. При выполнении этого правила тормозной путь на горизонтальном профиле получается значительно короче. А так как в поездах число тормозов обычно больше установленного минимума по таблицам ПТЭ, то на площадке он ещё короче, составляя нередко только четверть допускаемой длины при той же максимальной начальной скорости.

---

## ГЛАВА ПЕРВАЯ ДИНАМИКА ТОРМОЖЕНИЯ

### § 5. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

#### а) Определение и содержание предмета

Предметом динамики торможения является изучение динамических воздействий на подвижной состав, получающихся в результате работы тормозов, а также выяснение причин, порождающих эти воздействия.

Конкретно динамика торможения состоит в следующем.

Сила нажатия тормозных колодок на колёса в поезде при торможении появляется не одновременно, а последовательно, и увеличивается от нуля до максимума более или менее постепенно. Соответственно этому нажатия развиваются и силы торможения. А так как поезд состоит из отдельных единиц, связанных между собой нежёстко, то, естественно, он подвергается в одних местах динамическому сжатию, а в других — растяжению, в результате чего происходят удары и толчки.

Само собой разумеется, что у поезда, стоящего на месте, торможение не может вызвать никаких реакций в сцепных приборах. Лишь у движущегося поезда, обладающего определённым запасом кинетической энергии, возникает при торможении вся та динамика, которая наблюдается в действительности. Значит, кроме указанной выше причины возникновения реакций, заключающейся в неравномерной и неодновременной работе тормозов в поезде, требуется ещё условие движения поезда, причём не обязательно с большой скоростью: наоборот, чем меньше скорость, тем сильнее будут толчки и удары.

Есть, наконец, и третье непременно условие появления реакций в поезде — это длина его. В коротких поездах реакции слабы и незаметны. Но в длинных поездах величина их может достигать до опасных размеров, угрожающих порчей подвижного состава.

Для большей ясности полезно несколько подробнее выяснить общую картину явлений, происходящих во время торможения.

При торможении движущегося по инерции на горизонтальном пути поезда кинетическая энергия его сразу начинает уменьшаться вследствие замедления. Так как по закону сохранения энергии она не может исчезнуть, а лишь может превратиться в другой вид, то в данном случае посредством катящихся по рельсам колёс она передаётся к трущимся поверхностям тормозных колодок, где преобразовывается в тепло, отдаваемое и излучаемое в конце концов в окружающую атмосферу. Процесс этот протекает в разных местах поезда с различной интенсивностью в зависимости от силы нажатия тормозных колодок.

С другой стороны, тормозные оси в поезде не всегда распределены равномерно и соответственно весовым частям его, а тормозные силы в начале торможения возникают неодновременно. Поэтому отдельные вагоны и части поезда стремятся двигаться с неодинаковыми замедлениями, а именно: с замедлениями, прямо пропорциональными замедляющей силе (сумме тормозной силы и естественного сопротивления), приходящейся на тонну веса вагона или части поезда. Иначе говоря, если бы указанные части поезда одновременно расцепить и предоставить им двигаться изолированно, то они двигались бы с различными замедлениями;

но в поезде, будучи сцеплены друг с другом, все они вынуждены двигаться с одинаковой общей скоростью и с одинаковым общим замедлением поезда, соответствующими полному весу и полной тормозной силе его. Отсюда уже ясно, что в ударно-сцепных междувагонных приборах должны происходить различные реакции для удержания всех вагонов в их совместном движении. При этом, очевидно, наблюдающиеся в одних местах поезда излишки удельной тормозной силы передаются в места, имеющие недостаточную силу торможения, и выравнивание это происходит за счёт продольных напряжений, возникающих в соответственных местах поезда.

Кроме того, сцепные приборы между вагонами, рамы и хребтовые балки самих вагонов, обладая порознь какими-то коэффициентами упругости, в сумме дают общий коэффициент упругости, который при большой длине поезда и больших силах может вызвать значительные продольные упругие деформации, способствующие появлению гармонических колебаний. Последние, распространяясь по поезду, способны вызвать новые дополнительные реакции.

Кроме этих основных динамических явлений имеются ещё и другие.

У двухосных вагонов тормозная сила, приложенная от рельсов к колёсам, по отношению к центру тяжести всего вагона создаёт опрокидывающий момент. Этот момент перегружает передние оси и разгружает задние. У четырёхосных вагонов разгрузка задних осей тележек происходит в ещё более резкой форме ввиду того, что база тележек небольшая и опрокидывающий момент относительно шкворней получается значительный.

Реакции появляются также при отпуске тормозов, когда поезд находится ещё в движении. При этом динамические явления протекают в обратном порядке и менее резко, так как тормозные силы идут на уменьшение. Толчкам, получающимся при торможении, в этом случае соответствуют рывки при оттормаживании.

На практике, однако, отпуск тормозов в большинстве случаев производится лишь после полной остановки поезда, когда никаких реакций уже быть не может. Если же у остановившегося поезда обнаружатся какие-либо последствия реакций, например, разрыв, то надо полагать, что произошли они в последний момент перед полной остановкой состава.

#### **б) Внешние проявления реакций, их величина и характер.**

##### **Методы исследования**

Во время торможения хотя бы даже медленно движущегося поезда реакции сжатия и отдачи достигают иногда огромной силы, которая приводит к разрыву сцепных приборов, повреждению вагонных рам и балок и даже сходу тележек с рельсов. Известны такие факты.

В 1886 г. в Америке впервые начались эксперименты по оборудованию товарных составов автоматическими тормозами того же типа, которые были установлены на пассажирских поездах. Опыты производились с поездом в 50 четырёхосных вагонов. Однако после первой же поездки от опытов пришлось отказаться, так как при торможении получались настолько большие толчки, что подвижной состав приходил в негодность.

В 1930—1933 гг. производились испытания американского тормоза АВ, которым был оборудован поезд из 150 четырёхосных вагонов. При определении наивыгоднейшего соотношения быстроты наполнения тормозных цилиндров сжатым воздухом и скорости распространения тормозной волны динамометр 149-го вагона от головы поезда регистрировал силу удара в 585 т, причём произошёл сход с рельсов тележки 135-го вагона. При другом опыте 97-й вагон поднялся над тележками и сплющил передний конец вагона № 98.

Во время опытов над тормозами в СССР на Закавказской железной дороге в 1930 г. силы реакций в поезде нередко также достигали большой величины. Наблюдались такие случаи. После сделанного однажды полного торможения при скорости 40 км/ч комиссия осталась довольна полученными результатами: поезд остановился плавно, без малейшего толчка. Наблюдательные посты в середине и в голове состава тоже сообщили, что никаких реакций не зарегистриро-

вано. Однако в процессе при осмотре поезда обнаружилось, что он разорван в трёх местах. Причиной этому послужило неравномерное распределение тормозных и нетормозных, гружёных и порожних вагонов в поезде.

Изучение динамики торможения непосредственно на паровозах, на тормозных площадках поездов, в измерительном вагоне при различных скоростях и способах торможения приводит к заключению, что в основном самые сильные и наиболее вредные ударные реакции появляются в поезде вследствие неравномерного и неодновременного действия находящихся в его составе тормозов. Более же глубокий теоретический анализ показывает, что кроме этих главных реакций появляются добавочные реакции от последующих колебательных движений частей поезда, распространяющихся вдоль последнего.

Поэтому в данной книге прежде всего рассматриваются сначала главные реакции, названные по мотивам, указанным ниже, квази-статическими, а затем решается задача о вторых чисто динамических реакциях, после чего те и другие обобщаются.

По вопросам о колебаниях и ударных реакциях в поезде во время его тяги и торможения имеется несколько работ разных авторов.

Большинство из них базируется исключительно на процессах гармонических колебаний в поезде. При этом обстановка идеализируется и поезд уподобляется упругому стержню, как основному виновнику всех динамических реакций. Между тем в действительности продольная упругость поезда имеет лишь относительное значение, допуская определённые деформации его по длине как вследствие основной и главной реакции от сжатия или растяжения состава.

Бесспорно, что уподобление поезда упругому стержню, в котором возбуждены гармонические колебания, очень удобно для решения задачи. Но выводы, сделанные при этом допущении, являются второстепенными, если принять во внимание, что в поезде, состоящем из многих единиц, преобладают больше неупругие, чем упругие связи, в особенности в новейших типах автосцепок с фрикционными аппаратами. Поэтому части поезда во время толчков, наталкиваясь друг на друга, превращают большую часть своей кинетической энергии в необратимую энергию тепла, получающегося в результате как непосредственного удара сцепок и частей упряжи, так и искусственно созданного трения в поглощающих аппаратах.

Но было бы ошибочным совсем отвергать наличие упругих колебательных явлений в сжатом или в растянутом поезде при наличии какой-либо возмущающей силы, так как металлические хребтовые балки вагонов, отчасти автосцепки, в каких-то, хотя бы и малых пределах дают упругие деформации, которые в сумме по всей длине поезда могут иметь значительную величину. Ввиду этого при исследовании вопроса о динамике торможения следует сначала выявить все силы, возникающие в поезде при торможении в их статическом виде, и затем уже определить их динамическое проявление. Наконец, следует найти возможные наложения друг на друга местных максимумов сил как статического, так и динамического сжатия или растяжения, предположить возможный случай совпадения их и, таким образом, выявить наибольшую возможную реакцию в поезде.

#### **в) Разделение реакций в поезде на статические, квази-статические и динамические**

Известно, что законы действия сил, установленные в статике, часто применяются и в динамике, так как статика считается частным случаем динамики. Это даёт нам возможность квалифицировать одни и те же силы один раз как динамические, другой — как статические, в зависимости от поставленных условий. Действительно, если динамика как наука устанавливает связь между движением и силовыми взаимодействиями тел, то ясно, что силы в этом случае должны фигурировать в качестве динамических, но рассматривая свойства одних только силовых взаимодействий тел без рассмотрения их движения, мы имеем право трактовать силы как статические.

Если внешние силы, действующие на движущийся поезд в продольном направлении, возрастают таким образом, что между ними и внутренними силами продольной деформации поезда в каждый момент имеет место равновесие, то такое приложение внешних сил можно назвать статическим, а самые силы — чисто статическими. Очевидно, такое положение возможно лишь при условии очень медленного равномерного изменения величин действующих сил.

Практически в большинстве случаев тормозные силы вначале развиваются и возрастают быстро. Тогда внутренние силы продольной деформации поезда оказываются меньше сил внешних, так как последние частично направлены на образование кинетической энергии тех частей поезда, которые под их действием пришли в относительное движение. Но те же внутренние и внешние силы становятся равными между собой в момент такого равновесного состояния деформации поезда, когда приращение кинетической энергии частей последнего прекращается и названные силы, следовательно, уже уравниваются статически.

Такое состояние в момент указанного равновесия будем называть **п о л о ж е н и е м к в а з и - с т а т и ч е с к о г о р а в н о в е с и я**, а самые силы — квази-статическими. Приставка «квази» напоминает, что статическое состояние является всё-таки мнимым. Дело в том, что в системе поезда деформация не остановится на одном положении из-за движения его частей, а будет возрастать до тех пор, пока внутренние силы, увеличивающиеся с ростом деформации, не поглотят всю кинетическую энергию движущихся друг относительно друга частей поезда. Только после этого части поезда приходят к относительному покою. Этот момент прекращения развития продольной деформации поезда назовём **п о л о ж е н и е м д и н а м и ч е с к о г о р а в н о в е с и я**, а силы, действующие от момента квази-статического равновесия до момента динамического равновесия, назовём **ч и с т о д и н а м и ч е с к и м и**.

Обобщённые реакции — квази-статические и чисто динамические, — взятые суммарно без разделения, будем называть **д и н а м и ч е с к и м и**, т. е. без приставки «чисто».

Эти определения можно резюмировать в следующем виде.

1. **Ч и с т о - с т а т и ч е с к и м и р е а к ц и я м и** в поезде называются такие, которые создались и установились без дальнейшего изменения.

2. **К в а з и - с т а т и ч е с к и м и р е а к ц и я м и** во время сжатия поезда будем называть те, которые получаются в момент положения квази-статического равновесия; после этого дальнейшее сжатие происходит уже только за счёт накопившейся к этому моменту кинетической энергии.

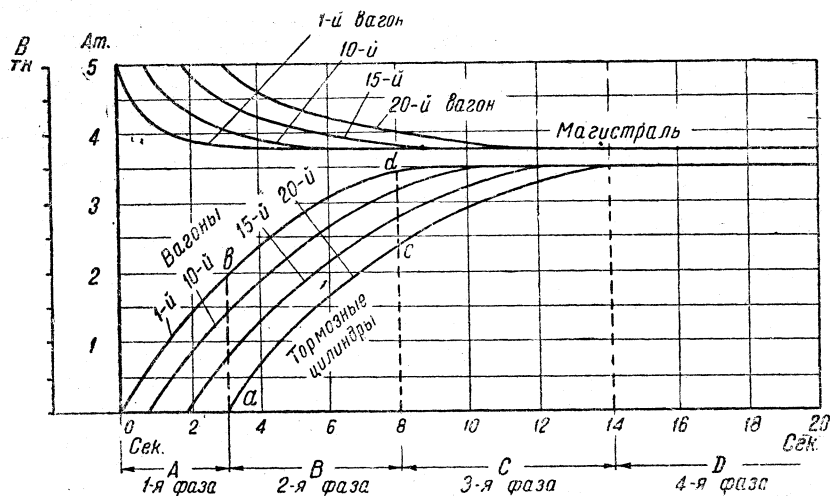
3. **Ч и с т о д и н а м и ч е с к и м и** названы те реакции, которые создаются из-за развившейся кинетической энергии к моменту квази-статического равновесия и действуют за пределами этого равновесия.

4. **Д и н а м и ч е с к и м и р е а к ц и я м и** **н а и м е н о в а н ы** реакции обобщённые, квази-статические и чисто динамические без разделения, т. е. безостановочно следующими одна за другой (возрастая до момента положения динамического равновесия, как это происходит в действительности).

## **§ 6. ТОРМОЗНЫЕ ФАЗЫ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ**

Железнодорожные тормоза резко отличаются от всех других тормозов, имеющих не менее широкое применение в различных областях техники, в особенности в автодорожном транспорте. Основное отличие состоит в том, что железнодорожные тормоза представляют собой ряд устройств в системе непрерывно, но нежёстко связанных между собой подвижных единиц в поезде длиной от 400 до 1 000 м и более, причём управление всеми тормозами сосредоточено в одном месте и осуществляется изменением давления воздуха в трубе. При таких условиях естественно ожидать некоторой несогласованности работы тормозов в поезде. Эта неодновременность и несогласованность действия отдельных тормозных единиц является, как известно из предыдущего, причиной продольных динамических реакций в поезде.

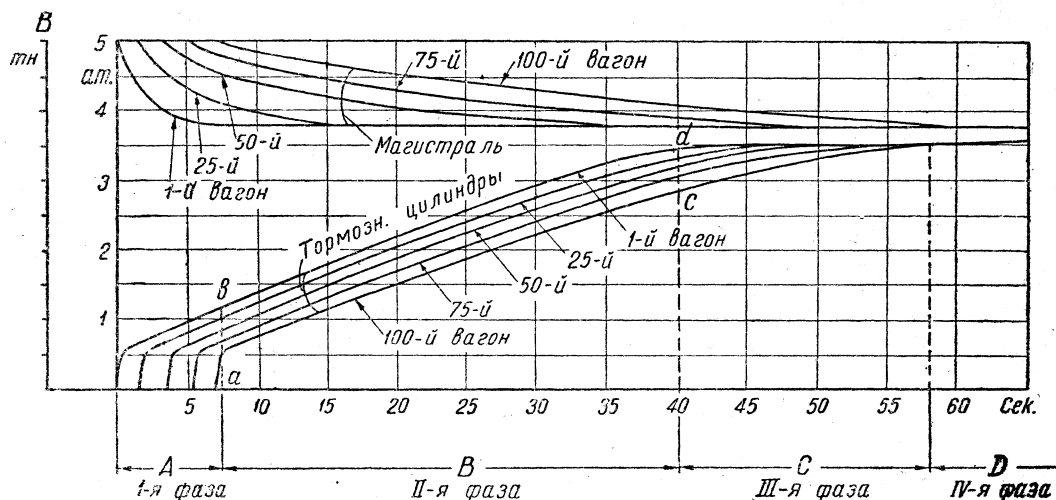
В § 5 указывалось, что для удобства решения задачи динамики торможения мы разбиваем её на две части: в одной рассматриваются только условия и силы, производящие продольную деформацию поезда (без принятия во внимание движения этой деформации), т. е. рассматриваются так называемые квази-статические силовые взаимодействия, в другой устанавливается связь между этими взаимодействиями и движением указанной деформации.



Фиг. 9. Тормозные фазы пассажирского тормоза

Для решения первой части задачи изучим фазы, через которые проходит процесс каждого торможения, предполагая равномерным распределение веса и расстановку тормозных вагонов в поезде.

Для этого рассмотрим диаграммы (фиг. 9 и 10), изображающие возрастание и распространение по поезду давлений в тормозных цилиндрах или, соответ-



Фиг. 10. Тормозные фазы товарного тормоза

венно, возрастание и распространение тормозных сил. На этих диаграммах отмечены следующие четыре характерные фазы.

1-я фаза. Участок A показывает, что с момента поворота ручки крана машиниста в тормозное положение начинают последовательно вступать в действие тормоза и достигают конца поезда в течение определённого времени, являющегося временем распространения тормозной волны. В те моменты времени,



когда последующие тормоза только начинают своё действие, тормоза предыдущие, ранее вступившие в работу, постепенно всё больше и больше вследствие возрастания давлений в их тормозных цилиндрах увеличивают свою силу, так что к моменту начала действия последнего тормоза тормоза первых вагонов действуют с силами, наибольшими из всех тормозов в поезде в данный момент.

Таким образом, тормоза к концу первой фазы распространяют своё действие по всей длине поезда с силами, постепенно убывающими от головы к хвосту, в пределах, соответствующих разнице давлений воздуха, отмеченной на диаграмме буквами  $ab$ .

Как увидим после, в этой фазе происходит наибольшее сжатие поезда.

2-я фаза. Во время второй фазы, отмеченной буквой  $B$ , во всех тормозных цилиндрах поезда давления равномерно возрастают с той разницей, которая успела образоваться к концу 1-й и началу 2-й фазы. В этой фазе поезд остаётся сжатым.

3-я фаза. Во время 3-й фазы (участок  $C$ ) давления в тормозных цилиндрах, от первого вагона и последовательно до конца поезда, начинают выравниваться и, достигая максимальной величины, в конце 3-й фазы становятся одинаковыми во всём поезде.

Если в начале этой фазы поезд был ещё сжат ввиду разницы давлений  $cd$  в тормозных цилиндрах, то в конце её он приходит в свободное состояние вследствие полного выравнивания этих давлений, следовательно, и отсутствия разницы в тормозных силах. Эта разница устранялась постепенно на протяжении всей 3-й фазы. Сжатые в 1-й фазе сцепные или буферные аппараты и удержанные в этом состоянии во 2-й фазе в 3-й дают последовательную «отдачу», полную или частичную, в зависимости от типа поглощающих аппаратов и свойств автосцепки.

4-я фаза. В 4-й фазе (участок  $D$ ) никакой разницы в действии тормозов нет. Все они дают торможение максимальной силы, которое поддерживается до тех пор, пока поезд не остановится или пока машинист не произведёт отпущения. В 4-й фазе в случае равномерного распределения в поезде удельной тормозной силы никаких реакций в сцепных приборах не будет. При неравномерном распределении произойдут реакции сжатия или растяжения.

## § 7. КВАЗИ-СТАТИЧЕСКАЯ РЕАКЦИЯ, ВОЗНИКАЮЩАЯ В ПЕРВОЙ ФАЗЕ ТОРМОЖЕНИЯ

В данном исследовании приняты следующие обозначения:

$R_{к.ст.}$  — квази-статическая реакция в поезде в конце первой фазы торможения;

$x$  — сила нажатия тормозных колодок на все колёса одного вагона;

$\varphi$  — коэффициент трения колодок;

$b$  — полная тормозная сила вагона;

$\Delta b$  — неполная тормозная сила вагона;

$\Delta b'$  — избыточная тормозная сила вагона по отношению к инерционной силе его массы;

$u$  — скорость нарастания тормозной силы  $b$  в зависимости от подъёма давления в тормозном цилиндре;

$t_{ц}$  — время наполнения тормозного цилиндра сжатым воздухом от нуля до максимального давления;

$t_a$  — время распространения тормозной волны от момента поворота ручки крана машиниста до начала действия тормоза в хвосте поезда;

$t_{n-k}$  — время прохождения тормозной волной остальной части поезда от вагона, порядковый номер которого  $k$ , до конца поезда, имеющего  $n$  вагонов;

$L$  — полная длина поезда;

$l$  — длина вагона;

$w$  — скорость тормозной волны;

$n$  — число тормозных вагонов в поезде;

$n_0$  — число всех вагонов в поезде;

$i$  — инерционная сила массы вагона, возникающая при общем замедлении поезда.

Предполагается:

- 1) равномерное распределение удельной тормозной силы;
- 2) что все вагоны и тормоза односторонние;
- 3) отсутствие провисания стяжек, а у автосцепок — свободных зазоров;
- 4) наполнение тормозных цилиндров по диаграмме фиг. 8.

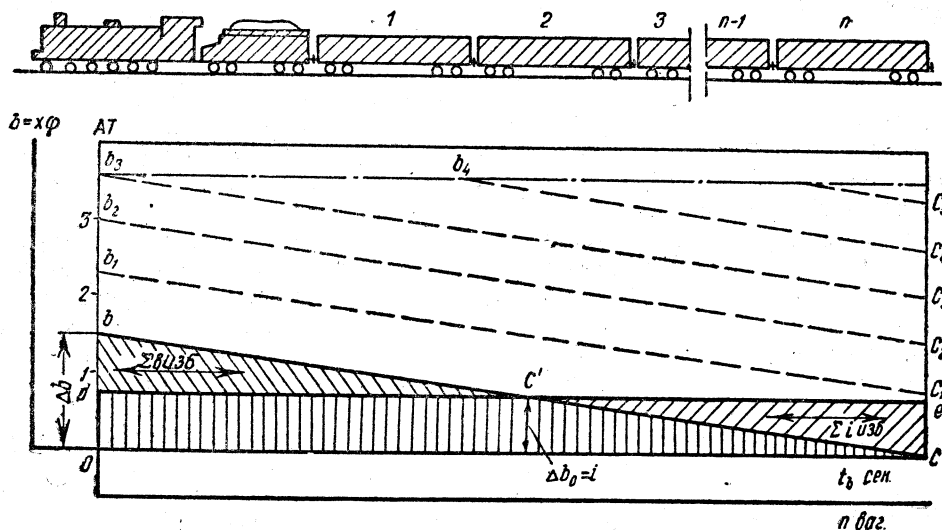
Отклонения от этих условий рассматриваются ниже.

Силовые взаимодействия частей поезда исследуются без учёта движения их, но с учётом влияния только тормозных сил, т. е. решается квази-статическая задача.

Тормозная сила  $b$  одного вагона является величиной пропорциональной давлению  $p$  воздуха в тормозном цилиндре:

$$b = cp,$$

где  $c$  — коэффициент пропорциональности, включающий в себя диаметр поршня, передаточное число рычажной передачи и коэффициент трения тормозных колодок. Величина  $b$  является поэтому функцией времени  $t_y$ .



Фиг. 11. Эпюра распределения тормозных сил по длине поезда

Пользуясь диаграммой тормозных фаз (фиг. 10), построим эпюру распределения тормозных сил по длине поезда (фиг. 11). В качестве ординат возьмём две шкалы: на одной нанесём масштаб для давлений воздуха в тормозных цилиндрах, а на другой — для тормозных сил  $b$ . По направлению абсцисс на одной шкале отложим время распространения тормозной волны  $t_0$  для данной длины поезда, а на другой — длину поезда, выраженную числом вагонов  $n$ .

Принимаем, что удельная замедляющая сила локомотива равна удельной замедляющей силе вагонов, и заменяем вес локомотива и его тормозную силу эквивалентным числом тормозных вагонов (например тремя). Такое фиктивное удлинение поезда на несколько вагонов оправдывается тем, что кран машиниста не даёт сразу требуемый режим снижения давления при повороте ручки в тормозное положение. Ввиду этого получается некоторая задержка во времени действия первого тормоза в поезде, что не соответствует общей скорости тормозной волны. Фиктивное же удлинение поезда как-раз берёт на себя это время и вместе с тем согласуется с величиной тормозной силы и весом локомотива.

Скорость поезда предполагается такой, что полное служебное или экстренное торможение его проходит через все четыре фазы, прежде чем он остановится.

Проанализируем первую фазу торможения.

После поворота ручки крана машиниста в тормозное положение тормозная волна через  $t_s$  секунд достигает конца поезда. За это же время в тормозном цилиндре первого вагона успевает образоваться некоторое давление, которое даёт определённую тормозную силу

$$\Delta b = ut_s,$$

где  $u$  — есть отношение  $b: t_y$ , т. е. скорость нарастания тормозной силы вагона.

Полагая, что  $t_s < t_y$ , имеем

$$\Delta b = b \frac{t_s}{t_y}. \quad (1)$$

В это же время тормозная сила последнего вагона в поезде равна нулю (так как тормозная волна только достигла этого вагона), и шток поршня тормозного цилиндра только начал трогаться с места, не пройдя ещё своего холостого хода.

Тормозные силы остальных вагонов, будучи меньше  $\Delta b$  и больше нуля, распределяются в убывающем порядке по линейному закону. Называя любую из них  $\Delta b_k$ , где индекс  $k$  показывает порядковый номер вагона от головы поезда, можно величину её определить, если в формулу (1) вместо  $t_s$  для всей длины поезда подставить  $t_{n-k}$  той только части поезда, которая начинается от вагона  $k$  и оканчивается вагоном  $n$ , т. е. подставить значение:

$$t_{n-k} = \frac{t_s}{n} (n-k).$$

Тогда получим

$$\Delta b_k = b \frac{t_{n-k}}{t_y} = b \frac{t_s}{t_y} \cdot \frac{n-k}{n}. \quad (2)$$

Определим теперь величину тормозной силы всего поезда в конце 1-й фазы торможения как сумму отдельных тормозных сил в поезде.

На основании формулы (2) для одного тормозного вагона составляем выражение для  $n$  таких вагонов:

$$\sum \Delta b_k = \sum_{k=0}^{k=n} b \frac{t_s}{t_y n} (n-k)$$

или, вынося постоянные за знак суммы, имеем

$$\sum \Delta b_k = b \frac{t_s}{t_y n} \sum_{k=0}^{k=n} (n-k).$$

В правой части равенства под знаком суммы, как мы видим, получается ряд натуральных чисел от  $k=0$  до  $k=n$  и поэтому сумма членов его будет:

$$\sum_{k=0}^{k=n} (n-k) = \frac{n(n+0)}{2} = \frac{1}{2} n^2.$$

Подставляя это значение в предыдущее, получаем выражение для искомой величины тормозной силы всего поезда в конце первой фазы:

$$\sum \Delta b_k = \frac{1}{2} bn \frac{t_s}{t_y}. \quad (3)$$

Итак, характер и величина тормозной силы поезда в конце первой фазы выявлены.

Теперь, поскольку всякому механическому действию всегда соответствует равное ему противодействие, займёмся изучением этого последнего.

В результате торможения появляется замедление движения поезда, и, как следствие этого, инерционное действие  $I$  массы всего поезда, равное и противоположное силе всех тормозов, что можно записать в следующем виде:

$$I = \sum_{k=0}^{k=n} \Delta b_k,$$

полагая, что продольное сжатие поезда к концу первой фазы закончилось. Деля обе части этого равенства на число вагонов  $n$ , получаем:

$$\frac{I}{n} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n} \Delta b_k,$$

или

$$i = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n} \Delta b_k,$$

а подставляя в правую часть вместо суммы  $\Delta b_k$  её значение из (3), имеем:

$$i = \frac{1}{2} b \frac{t_e}{t_y}, \quad (4)$$

что и представлено на эпюре фиг. 11 в виде высоты  $od$  прямоугольника  $odes$ .

Из сравнения тормозных сил, расположившихся вдоль длины поезда по закону треугольника, с инерционными силами, расположившимися по закону прямоугольника, видно, что у каждого вагона они вообще не равны друг другу, но так как представляют собой действие и противодействие, то, во-первых, противоположно направлены друг другу и, во-вторых, их алгебраическая сумма для всего поезда равна нулю, т. е. на эпюре площади треугольника  $obc$  и прямоугольника  $odes$  равновелики по величине и противоположны по знаку.

Определим, чему равен указанный избыток или недостаток тормозной силы для какого угодно вагона. Для этого возьмём разность выражений (2) и (4)

$$\Delta b_k - i = b \frac{t_e}{t_y n} (n-k) - \frac{1}{2} b \frac{t_e}{t_y},$$

или заменяя разность  $\Delta b_k - i$  одно членом  $\Delta b'_k$ , получаем:

$$\Delta b'_k = b \frac{t_e}{t_y} \left( \frac{1}{2} - \frac{k}{n} \right). \quad (5)$$

Двучлен в скобках можно представить в таком виде,

$$\frac{n - 2k}{2n}.$$

При  $k = \frac{1}{2} n$  он обращается в нуль, при меньшем  $\frac{1}{2} n$  он положительный и при большем  $\frac{1}{2} n$  отрицательный. Это показывает, что избыточные тормозные силы в первой половине поезда больше, а во второй половине меньше инерционных, последние во второй половине поезда в сумме являются избыточными над тормозными силами в той же половине поезда и таким образом составляют противодействие всем избыточным тормозным силам над силами инерции в передней части поезда, приводя в целом всё к равновесию. Местом встречи равнодействующих этих сил является середина поезда. Она обозначена на фиг. 11 буквой  $c'$ . Здесь, собственно, сила квази-статистической реакции достигает максимума.

Чтобы определить величину этой реакции, равной сумме избыточных тормозных сил над инерционными силами в первой половине поезда (изображено на эпюре площадью треугольника  $abc'$ ), надо взять сумму выражения (5)

в пределах от  $k = 0$  до  $k = \frac{n}{2}$ , ибо, как указывалось выше, при этих условиях определяется максимум. Таким образом имеем:

$$R_{к. см} = \sum_{к=0}^{к=\frac{n}{2}} \Delta b_k^* = b \frac{t_с}{t_у} \sum_{к=0}^{к=\frac{n}{2}} \left( \frac{1}{2} - \frac{k}{n} \right)$$

или, вынося за знак суммы величину  $\frac{k}{n}$ , получаем

$$R_{к. см} = b \frac{t_с}{t_у} \frac{1}{n} \sum_{к=0}^{к=\frac{n}{2}} \left( \frac{n}{2} - k \right).$$

Под знаком суммы находится ряд натуральных чисел от 0 до  $\frac{n}{2}$ ; сумма членов его равна

$$\frac{\left( \frac{n}{2} + 0 \right) \cdot \frac{n}{2}}{2} = \frac{n^2}{8}.$$

Подставляя это значение в предыдущее выражение, находим:

$$R_{к. см} = \frac{1}{8} b n \frac{t_с}{t_у},$$

или, заменяя  $b$  произведением  $x\varphi$ , получим

$$R_{к. см} = \frac{1}{8} x \varphi n \frac{t_с}{t_у}. \quad (6)$$

Формулу (6) можно представить в другом виде, если произведение  $x\eta$  (силу нажатия тормозных колодок у одного вагона на число вагонов) заменить произведением  $Q\vartheta$ , т. е. произведением веса поезда на его тормозной коэффициент (см. § 4); получаем:

$$R_{к. см} = \frac{1}{8} Q \vartheta \varphi \frac{t_с}{t_у}. \quad (7)$$

Если в поезде не все вагоны тормозные, но распределены они равномерно, то в этом случае  $n$  в формуле (6) должно означать число тормозных вагонов с приходящимися на их долю нетормозными вагонами.

Как было выяснено выше,  $R_{к. см}$  [формула (6)] становится наибольшей в тот момент, когда тормозная волна достигает хвоста поезда, т. е. через время  $t_с$  после поворота ручки крана машиниста в тормозное положение. Поэтому, обозначая время появления квази-статической реакции (6) буквой  $t_{к. см}$ , можем написать, что

$$t_{к. см} = t_с. \quad (8)$$

Первая фаза торможения, в сущности, является самой важной в образовании реакций. В этой фазе поезд получает сжатие и в таком состоянии переходит во вторую фазу, в течение которой квази-статические силы могут находиться в равновесии. Но если эти силы получились в результате быстрого сокращения длины поезда или относительного перемещения его масс, то равновесное состояние окажется неустойчивым, и потому во второй фазе начнут возникать колебательные движения.

## § 8. О ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЯХ, ВОЗНИКАЮЩИХ ВО ВТОРОЙ ФАЗЕ ТОРМОЖЕНИЯ

### а) Общие установки

В первой фазе торможения на поезд действуют всё время силы, которые его сжимают, причём эти силы непрерывно увеличиваются, пока не достигнут максимума на границе перехода от первой фазы ко второй. Вполне очевидно,

что в это время никаких колебательных движений в системе поезда не может быть. Эти движения появляются лишь тогда, когда исчерпывается вся движущая энергия и установится равновесный центр, относительно которого и начинается вся динамика колебательных движений. Величина амплитуды этих колебаний зависит от той скорости, с какой движущиеся массы приходят к равновесному центру, а так как все эти условия создаются в конце первой фазы и затем поддерживаются в течение второй фазы, то отсюда делаем вывод, что вторая фаза характеризуется динамикой колебательных движений.

Если сцепные приборы снабжены фрикционными поглощающими аппаратами, то значительная часть кинетической энергии начинающегося колебательного движения превращается в работу трения, и получается движение аperiодическое, заканчивающееся быстрым затуханием и возвращением масс поезда в положение равновесия.

## б) Уравнения динамики заторможенного поезда

В § 7 нами было выяснено, что в конце первой фазы торможения поезд сжимается квази-статической силой, величина которой определяется формулой (6)

$$R_{к.ст} = \frac{1}{8} x_{\phi n} \frac{t_s}{t_y}.$$

После этого дальнейшее приращение силы прекращается. Но так как при сжатии поезд укорачивался с определённой скоростью, то его массы, придя в положение квази-статического равновесия, не останавливаются, а по инерции продолжают двигаться ещё некоторое время за пределами указанного равновесия и сжимают поезд ещё больше. Наконец они останавливаются под действием реакции внутренних сил поезда.

Это добавочное инерционное сжатие поезда, как указывалось выше, мы будем называть чисто динамическим ( $R_{ч.дин}$ ).

Если поезд из  $n$  вагонов получил во время торможения во второй фазе максимальное укорочение своей длины  $\chi_n$ , то надо считать, что эта величина является суммой двух следующих величин: укорочения  $y_n$ , соответствующему квази-статическому сжатию, и укорочению  $z_n$  — чисто динамическому сжатию. То же самое надо сказать по отношению к каждой части поезда, рассматриваемой от головы до какого-нибудь вагона в нём, порядковый номер которого  $k$ , что можно записать в следующем виде, переходя от вагона к вагону:

$$\left. \begin{aligned} \chi_1 &= y_1 + z_1; \\ \chi_2 &= y_2 + z_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \chi_k &= y_k + z_k; \\ \chi_n &= y_n + z_n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Наиболее характерным признаком укорачивания поезда вследствие его сжатия является уменьшение расстояний между торцевыми стенками смежных вагонов, т. е. уменьшение междувагонных пространств. В нормальном свободном состоянии поезда, когда он не сжат, а сцепные аппараты находятся лишь в соприкосновении друг с другом без зазора, или, как принято говорить, «без люфта», при однотипных вагонах все междувагонные пространства можно считать одинаковыми.

Обозначим расстояние между торцевыми стенками или между буферными брусками в междувагонном пространстве буквой  $\lambda$ .

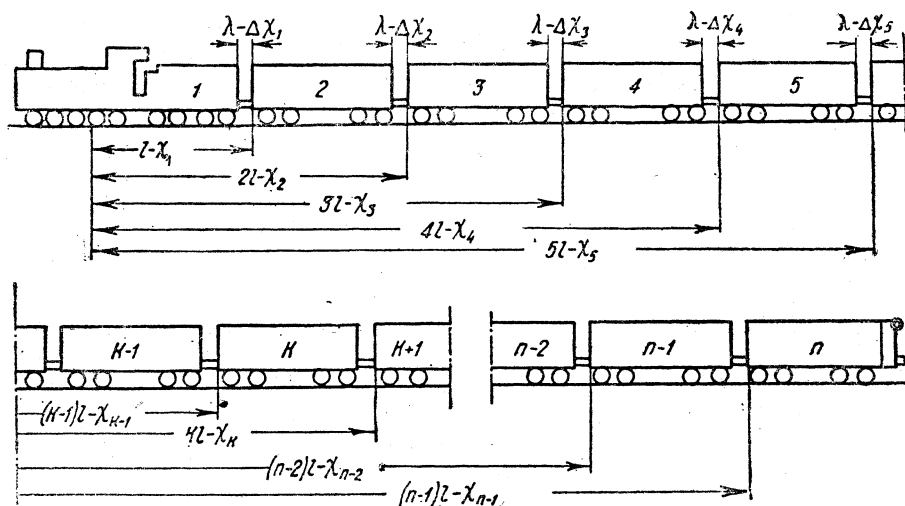
Тогда полную длину вагона в поезде вместе с автосцепками (или буферами) можно считать равной сумме, состоящей из длины кузова или рамы вагона плюс  $\lambda$ . Назовём эту сумму буквой  $l$ . Если затем все вагоны в поезде снабдить порядковой нумерацией, то и междувагонные пространства получат ту же нумерацию, счи-

тая, что к каждому вагону относится то пространство, которое находится сзади его по ходу поезда. Наконец примем во внимание, что когда происходит сжатие поезда под действием неравномерно распределённых тормозных сил, то междувагонные пространства уменьшаются не на одинаковую величину  $\Delta x$ , что можно выразить для каждого из них в порядке нумерации, как разности

$$\lambda - \Delta x_1, \lambda - \Delta x_2, \dots, \lambda - \Delta x_n.$$

Таким образом, во второй фазе торможения получим (при указанных обозначениях) следующие расстояния от переднего конца поезда до любого номера вагона в порядке их нумерации (фиг. 12):

$$\left. \begin{array}{l} l - \chi_1 \\ 2l - \chi_2 \\ \dots \\ nl - \chi_n \end{array} \right\}, \quad (10)$$



Фиг. 12. Разбивка длины поезда на элементы

где надо считать:

$$\left. \begin{array}{l} \chi_1 = \Delta x_1 \\ \chi_2 = \Delta x_1 + \Delta x_2 \\ \dots \\ \chi_n = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n \end{array} \right\} \quad (11)$$

Рассматривая в отдельности какой-нибудь вагон  $k$  вместе со смежными с ним вагонами  $k - 1$  и  $k + 1$  (фиг. 13), мы видим, что на него действуют следующие силы:

- $\Delta b_k$  — неполная тормозная сила вагона, как сумма тормозных сил его колёс в точках касания их с рельсами;
- $\mathcal{H}_k$  — инерционная сила массы вагона возникающая при общем замедлении поезда;
- $P_{k-1}$  — сила реакции сжатия между вагонами  $k - 1$  и  $k$  (как внешняя по отношению к вагону  $k$ , направлена в сторону тормозной силы);
- $P_{k+1}$  — сила реакции сжатия между вагонами  $k$  и  $k + 1$  (как внешняя по отношению к вагону  $k$ , направлена в сторону обратную тормозной силе).

Паровоз, находящийся в голове поезда, назовём № 1. Спереди он не испытывает никаких реакций, а сзади между ним и следующим за ним вагоном № 2

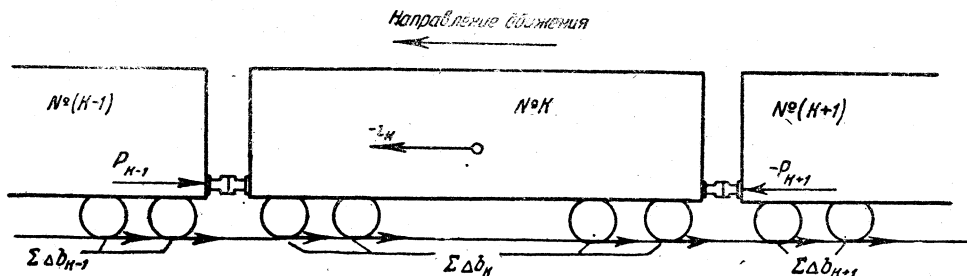
возникает реакция. Все следующие вагоны, за исключением последнего в хвосте поезда, как и вагон № 2, испытывают реакции с обеих сторон.

Имея эти данные, можно приступить к выводу уравнений динамики заторможенного поезда. Придадим этим уравнениям вид уравнений статики, введя в них силы инерции  $i$ , со значками внизу, указывающими, к какому номеру вагона относятся эти силы.

На основании фиг. 13 мы уже знаем, какие силы действуют на каждый вагон, поэтому можно составить столько уравнений динамики, сколько имеется вагонов в поезде, включая и паровоз:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \Delta b_1 - P_1 \\ i_2 &= \Delta b_2 + P_1 - P_2 \\ i_3 &= \Delta b_3 + P_2 - P_3 \\ &\dots \dots \dots \\ i_k &= \Delta b_k + P_{k-1} - P_k \\ &\dots \dots \dots \\ i_{n-1} &= \Delta b_{n-1} + P_{n-2} - P_{n-1} \\ i_n &= \Delta b_n + P_{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Исследуем силы, входящие в эти уравнения.



Фиг. 13. Силы, действующие на вагон во время торможения

Инерционные силы  $i_1, i_2 \dots$  Их можно рассматривать состоящими для каждого вагона из двух слагаемых: первое слагаемое нам уже известно из § 7 — это одна зная часть от всей инерционной силы поезда  $I$ ; второе слагаемое — это добавочная инерционная сила, возникшая из-за местного перемещения вагона относительно других вагонов (ввиду появившегося колебательного движения частей поезда от толчка или нажима неодинаково затормозившихся вагонов). Величину этого динамического перемещения (в ту или другую сторону) назовём через  $\pm z$ , предполагая, что оно совершается за время  $t$  сек. Тогда можно написать

$$i_k = \frac{I}{n} \pm \frac{q}{g} \frac{d^2 z}{dt^2}, \quad (13)$$

где  $q$  — вес вагона, а  $\frac{q}{g}$  — масса его.

Тормозные силы  $\Delta b_1, \Delta b_2 \dots$ , как было выяснено в § 7, имеют в конце первой и в течение всей второй фазы для каждого вагона различную величину в убывающем порядке от головы поезда к его хвосту, в то время, как обратно действующие инерционные силы, возникшие не от толчков, а от замедления хода поезда, равномерно распределены и имеют величину для каждого вагона, равную  $\frac{I}{n}$ .

Следовательно у каждого вагона имеется какой-то избыток или недостаток тормозной силы по сравнению с инерционной. Обозначая его через  $\Delta b'_k$  для какого-нибудь вагона  $k$ , имеем:



$$\Delta b'_k = \Delta b_k - \frac{I}{n}.$$

Отсюда тормозная сила этого вагона будет:

$$\Delta b_k = \frac{I}{n} + \Delta b'_k. \quad (14)$$

Силы реакций  $P_1, P_2 \dots P$  создают продольный нажим на сцепленные приборы и хребтовые балки вагонов. Считая те и другие в некоторой степени упругими, дадим им какой-то общий коэффициент жёсткости  $c$ , который можно определить из характеристики автосцепки.

Значит, если части поезда от паровоза до первого, второго и т. д. вагона вследствие сжатия состава получают некоторые уменьшения длины на величины  $\chi_1, \chi_2, \chi_k \dots \chi_n$  (фиг. 12), то, следовательно, упругие силы между вагонами будут:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= c\chi_1 \\ P_2 &= c\chi_2 \\ &\vdots \\ P_k &= c\chi_k \\ &\vdots \\ P_n &= c\chi_n \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ение (12) указанные значения  $i$ ,  $\Delta b$  и  $P$  из (13), (14), те выражения:

$$\begin{aligned} \frac{I}{n} \pm \frac{q}{g} \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= \frac{I}{n} + \Delta b'_1 - c\chi_1; \\ \frac{I}{n} \pm \frac{q}{g} \frac{d^2 z_2}{dt^2} &= \frac{I}{n} + \Delta b_2 + c\chi_1 - c(\chi_2 - \chi_1); \\ \frac{I}{n} \pm \frac{q}{g} \frac{d^2 z_3}{dt^2} &= \frac{I}{n} + \Delta b'_3 + c(\chi_2 - \chi_1) - c(\chi_3 - \chi_2); \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{I}{n} \pm \frac{q}{g} \frac{d^2 z_k}{dt^2} &= \frac{I}{n} + \Delta b'_k + c(\chi_{k-1} - \chi_{k-2}) - c(\chi_k - \chi_{k-1}); \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{I}{n} \pm \frac{q}{g} \frac{d^2 z_{n-1}}{dt^2} &= \frac{I}{n} + \Delta b'_{n-1} + c(\chi_{n-2} - \chi_{n-3}) - c(\chi_{n-1} - \chi_{n-2}); \\ \frac{I}{n} \pm \frac{q}{g} \frac{d^2 z_n}{dt^2} &= \frac{I}{n} + \Delta b'_n + c(\chi_{n-1} - \chi_{n-2}) - c(\chi_n - \chi_{n-1}). \end{aligned}$$

Преобразуем эти уравнения следующим образом.

1. После сокращения левых и правых частей на  $\frac{I}{n}$ , оставляем в левых частях только минусы на том основании, что нас интересуют лишь те силы, которые по знаку совпадают с тормозными силами, ибо при совместном с ними действии они увеличивают реакцию, максимум которой нам следует определить.

Значит член  $\frac{q}{g} \frac{d^2 z}{dt^2}$ , будучи поставлен в правой части, должен при этом условии быть одного знака с силой  $\Delta b'$ , т. е. с плюсом, а потому в левой части он берётся с минусом.

2. Все  $\chi$ , обозначающие общее укорочение частей поезда от головы до данного вагона, заменим согласно (9) на сумму  $y + z$ , где  $y$  — укорочение, происшедшее от квази-статических сил, а  $z$  — укорочение от чисто динамических сил.

$$\begin{aligned}
-\frac{q}{g} \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= \Delta b'_1 - c y_1 - c z_1; \\
-\frac{q}{g} \frac{d^2 z_2}{dt^2} &= \Delta b'_2 + c y_1 - c(y_2 - y_1) + c z_1 - c(z_2 - z_1); \\
-\frac{q}{g} \frac{d^2 z_3}{dt^2} &= \Delta b'_3 + c(y_2 - y_1) - c(y_3 - y_2) + c(z_2 - z_1) - c(z_3 - z_2); \\
&\dots\dots\dots \\
-\frac{q}{g} \frac{d^2 z_k}{dt^2} &= \Delta b'_k + c(y_{k-1} - y_{k-2}) - c(y_k - y_{k-1}) + c(z_{k-1} - z_{k-2}) - \\
&\quad - c(z_k - z_{k-1}); \\
&\dots\dots\dots \\
-\frac{q}{g} \frac{d^2 z_{n-1}}{dt^2} &= \Delta b'_{n-1} + c(y_{n-2} - y_{n-3}) - c(y_{n-1} - y_{n-2}) + c(z_{n-2} - z_{n-3}) - \\
&\quad - c(z_{n-1} - z_{n-2}); \\
-\frac{q}{g} \frac{d^2 z_n}{dt^2} &= \Delta b'_n + c(y_{n-1} - y_{n-2}) - c(y_n - y_{n-1}) + c(z_{n-1} - z_{n-2}) - \\
&\quad - c(z_n - z_{n-1}).
\end{aligned}
\tag{16}$$

Отсюда заключаем, что в каждом из уравнений (16) все члены, содержащие  $u$ -ки, должны сократиться с  $\Delta b'$ , а останутся только члены с  $z$ , обозначающие величины сокращения длины поезда для данного междувагонного пространства исключительно только от колебательных движений частей поезда друг относительно друга, динамику которых мы в этом параграфе выясняем.

$$\left. \begin{aligned} -\frac{q}{g} \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= -cz_1 \\ -\frac{d}{g} \frac{d^2 z_2}{dt^2} &= 2cz_1 - cz_2 \\ -\frac{q}{g} \frac{d^2 z_3}{dt^2} &= 2cz_2 - cz_1 - cz_3 \\ &\dots \dots \dots \\ -\frac{q}{g} \frac{d^2 z_{n-1}}{dt^2} &= 2cz_{n-2} - cz_{n-1} - cz_{n-3} \\ -\frac{q}{g} \frac{d^2 z_n}{dt^2} &= 2cz_{n-1} - cz_n - cz_{n-2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Складывая левые и правые части уравнений (17) и произведя соответствующее сокращение, получим сумму чисто динамических реакций для всего поезда

$$-\frac{q}{g} \sum_1^n \frac{d^2 z}{dt^2} = cz_{n-1} - cz_n.$$

Здесь  $cz_n$  равно нулю, так как значок  $n$  показывает, что толчок относится к междывагонному пространству за последним вагоном в поезде, которое, в сущности, отсутствует, т. е. последнее уравнение можно написать так:

$$-\frac{q}{g} \sum_1^n \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{c}{n_0} z_{n-1}. \quad (18)$$

Здесь коэффициент жёсткости  $c$  взят для одной пары сцепных аппаратов и уменьшен в  $n$  раз ввиду того, что относится ко всей длине поезда, состоящего из  $n$  вагонов и получившего укорочение от сжатия на величину  $z_{n-1}$ . Иначе говоря,  $c$  есть условная мера, показывающая число киллограммов, необходимое для сжатия на один метр одной пары сцепных аппаратов. Величина  $c$  поэтому обратно пропорциональна числу пар аппаратов, т. е. числу вагонов.

Из этого следует, что от чисто динамической реакции наибольший удар приходится на последний вагон.

Последний вагон, получив толчок, выражающийся формулой (18), отбрасывается, но так как сцепка задерживает его, то всю полученную энергию удара (при совершенно упругих сцепных приборах) он превращает в оттяжку, которая в виде отражённой от конца поезда волны возвращается обратно к голове поезда, где получает новое отражение. На практике эта картина проявляется лишь частично ввиду не вполне упругих ударных и сцепных приборов поезда, а тем более при наличии фрикционных поглощающих аппаратов.

Явление концевого удара в поезде сходно с тем, какое демонстрируется в физических кабинетах на приборе, представляющем собой ряд подвешенных упругих шаров (например, из слоновой кости), находящихся в соприкосновении друг с другом. Если отвести крайний шар и отпустить его, то от этого удара упругая волна пробежит через все шары и, достигнув последнего шара, отбросит его почти на ту же высоту, с какой был пущен первый шар. Поднявшись до предельной высоты, отброшенный шар возвратится обратно и своим ударом вызовет отражённую волну, которая, достигнув первого шара, отбросит его снова почти на ту же высоту и т. д. Точно так же, если отвести два или три крайних шара и пустить их, то на другом конце ряда после удара отбрасываются тоже два или три шара, т. е. отбрасывается масса, равная массе ударяющей.

Таким образом приходим к выводу, что создавшаяся в голове поезда по закону треугольника преобладающая тормозная сила с центром действия её на одной трети передней половины поезда от головы даёт толчок, который передаётся через весь поезд, отбрасывая в хвостовой части его группу вагонов, масса которых равна массе вагонов, давших нажим в голове; при этом центр отбрасывающей силы будет находиться на одной трети половины поезда от хвоста его.

Подробнее о месте действия динамической реакции говорится ниже в § 10-б.

Уравнение (18) показывает, что удар на хвостовой вагон передаётся с силой, равной произведению коэффициента жёсткости  $c$  сцепных приборов и хребтовых балок на величину динамического сжатия всего поезда  $z_{n-1}$ . Последнее на основании (9) равно  $\chi_{n-1} - y_{n-1}$ , т. е. равно полной величине сжатия поезда за вычетом квази-статического сжатия от силы реакции (6), получающегося в конце первой фазы, после чего к нему добавляется чисто динамическое сжатие; таким образом, во второй фазе имеет место полное сжатие поезда на величину  $\chi_{n-1}$ . На практике при испытании тормозов эти явления отмечаются при помощи особых измерительных приспособлений. Так, в США при испытании тормозов применяются специальные краскопульты, укрепляемые под вагонами в нескольких местах поезда: (в голове, в середине и хвосте поезда). Они связаны между

собой электрически, так что в нужный момент одновременно выбрасывают на рельсы тонкие струи различной по цвету краски. Это даёт возможность определять величину сокращения длины поезда в разные моменты торможения.

## § 9. ЧИСТО ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕАКЦИИ КАК РЕЗУЛЬТАТ ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

Из предыдущего анализа явлений динамики заторможенного поезда можно усмотреть, что вагоны, представляющие собой отдельные массы, подвергающиеся воздействию упругих сил, должны в конечном итоге подчиняться законам синусоидальных колебательных движений. В таком случае уравнение (18) должно выражать собой гармонические колебания. Чтобы убедиться в этом, преобразуем его в типовое уравнение для этих колебаний. Из (18) следует, что динамическое сжатие всего поезда на величину  $z_{n-1}$  (без учёта квази-статического сжатия  $y_{n-1}$ ) получалось в результате сокращения каждого междувагонного пространства, и надо полагать, что каждый из вагонов при их одинаковых массах и жёсткостях автосцепок будет иметь равные перемещения  $\Delta z$  и поэтому одинаковые ускорения  $\frac{d^2 z}{dt^2}$ .

Поэтому, при наличии в поезде  $n_0$  вагонов перемещение каждого вагона  $\Delta z$  может быть найдено, если разделить величину чисто динамического укорочения  $z_{n-1}$  на число вагонов  $n_0$ :

$$\Delta z = \frac{z_{n-1}}{n_0} \quad (19)$$

Точно так же, полагая, что ускорение одного вагона равно  $\frac{d^2 z}{dt^2}$ , для  $n$  вагонов получим:

$$\sum_1^n \frac{d^2 z}{dt^2} = n_0 \frac{d^2 z}{dt^2}. \quad (20)$$

Подставляя в уравнение (18) найденное значение из выражения (20) и деля его на  $-\frac{q}{g}$ , имеем

$$n_0 \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{g}{q} c \frac{z_{n-1}}{n_0}.$$

Называя массу одного вагона  $\frac{q}{g}$  буквой  $m$ , а общее укорочение поезда  $z_{n-1}$  буквой  $Z$ , получаем более простое уравнение:

$$n_0 \frac{d^2 Z}{dt^2} = -\frac{c}{mn_0} Z.$$

Деля обе части на  $n_0$  и замечая, что произведение  $mn_0$  (массы одного вагона на число вагонов) равно массе всего поезда  $M$ , составляем дифференциальное уравнение второго порядка без последнего члена:

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} + \frac{c}{Mn_0} Z = 0. \quad (21)$$

Уравнение (21) можно рассматривать как уравнение гармонического колебательного движения, если  $c/Mn_0$  по своему измерению соответствует измерению квадрата круговой частоты, которую назовём  $\omega^2$  ( $1/\text{сек}^2$ ).

Действительно:

$c$  — коэффициент жёсткости сцепных приборов в  $\text{кг/м}$ ;

$M$  — масса поезда в  $\text{кг/м/сек}^2$ ;

$n_0$  — число всех вагонов в поезде (тормозных и нетормозных).

Общее измерение  $c/M$  будет  $\frac{кг/м}{кг/м/сек^2} = \frac{1}{сек^2}$ .

Поэтому

$$\frac{c}{Mn_0} = \omega^2, \quad (22)$$

Напишем уравнение (21) в виде типового уравнения гармонических колебаний

$$\frac{d^2Z}{dt^2} + \omega^2 Z = 0. \quad (23)$$

Как известно, общий интеграл этого уравнения есть

$$Z = A \cos \omega t + B \sin \omega t, \quad (24)$$

что нетрудно проверить, составив первую и вторую производные

$$Z' = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t,$$

$$Z'' = A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t,$$

или

$$Z'' = \frac{d^2Z}{dt^2} = -\omega^2 (A \cos \omega t + B \sin \omega t),$$

а так как в скобках оказалось выражение (24), то выражая его через  $Z$ , имеем:

$$\frac{d^2Z}{dt^2} + \omega^2 Z = 0,$$

т. е. уравнение (23).

Постоянные  $A$  и  $B$  в уравнении (24) определяются из начального условия для чисто динамической реакции. Именно, в момент времени  $t = 0$ , когда квазистатическое сжатие поезда только что закончилось, достигнув своего равновесного максимума, и переход к дальнейшему сжатию поезда от инерционного толчка не начался, величина чисто динамического укорочения  $Z$  в этом случае равна нулю, следовательно

$$Z = A \cos \omega t + B \sin \omega t = 0,$$

а так как в этот момент и  $t = 0$ ,  
то

$$\cos \omega t = 1,$$

$$\sin \omega t = 0,$$

поэтому и

$$A = 0. \quad (25)$$

К моменту  $t = 0$  сдвигающиеся массы поезда приобретают некоторую относительную скорость (в противном случае не было бы никакого колебательного движения), называя которую для любого места в поезде буквой  $v$ , имеем

$$\frac{dZ}{dt} = v.$$

Подставляя сюда вместо  $Z$  его значение из (24), получаем

$$\frac{dZ}{dt} = -A\omega \sin 0 + B\omega \cos 0,$$

т. е.

$$v = B\omega,$$

$$B = \frac{v}{\omega}. \quad (26)$$

Учб. 250

Подставляя найденные значения постоянных  $A$  и  $B$  из (25) и (26) в уравнение (24), получаем окончательно, уравнение, для исследования всех моментов чисто динамической реакции в поезде, именно:

$$Z = \frac{v}{\omega} \sin \omega t. \quad (27)$$

В нём согласно (22)

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{Mn_0}}, \quad (28)$$

поэтому

$$Z = v \sqrt{\frac{Mn_0}{c}} \sin t \sqrt{\frac{c}{Mn_0}}, \quad (29)$$

где  $Z$  — общее укорочение поезда под действием добавочного чисто динамического толчка;

$v$  — относительная скорость укорочения поезда;

$M$  — масса поезда;

$n_0$  — число вагонов в поезде;

$c$  — коэффициент жёсткости двух сцепных приборов;

$t$  — время в секундах.

Величина  $Z$  по (29) является периодической. Это значит, что в процессе общего сжатия поезда вдоль него проходят волны колебательных движений, которые, имея определённую длину и охватывая ряд вагонов в любом месте поезда, то усиливают, то ослабляют их сжатие, что в сумме даёт общее периодическое изменение величины  $Z$ .

Наиболее сильная чисто динамическая реакция в поезде получится тогда, когда величина сжатия поезда  $Z$  достигнет в некоторый момент максимума.

Этот момент по формуле (29) наступает тогда, когда  $\sin t \sqrt{\frac{c}{Mn_0}}$  равен единице, ибо во все другие моменты он меньше единицы. Отсюда следует, что:

$$Z_{\max} = v \sqrt{\frac{Mn_0}{c}}. \quad (30)$$

Максимальная сила чисто динамической реакции может быть найдена путём помножения величины максимального укорочения поезда (30) на продольную жёсткость всего поезда. Если известна жёсткость автосцепки вместе с хребтовой балкой или буферов вместе с рамой одного вагона, названная нами  $c$ , то для  $n_0$  вагонов, т. е. для всего поезда, эта жёсткость будет обратно пропорциональной. Поэтому, называя упомянутую выше реакцию буквой  $R_{\text{ч.дин.}}$ , получаем

$$R_{\text{ч.дин.}} = \frac{c}{n_0} v \sqrt{\frac{Mn_0}{c}},$$

что после сокращений и замены массы поезда  $M$  произведением  $mn_0$ , т. е. массы одного вагона на число их, даёт:

$$R_{\text{ч.дин.}} = v \sqrt{mc}. \quad (31)$$

Здесь  $m$  и  $c$  известны. Что же касается величины относительной скорости сталкивающихся масс поезда  $v$ , то пока она является неизвестной. Её мы узнаём ниже, в § 10.

Нас интересует ещё время появления максимальной чисто динамической реакции.

Период полного гармонического колебания, совершающегося с круговой частотой  $\omega$ , равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Но так как  $\omega$  по (22) равно  $\sqrt{\frac{c}{Mn_0}}$ , то

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Mn_0}{c}}. \quad (32)$$

Нам важно знать тот момент периода, когда сжатие вагонов получает наибольшую величину от действия одного лишь колебательного движения; оно начинается, как только квази-статическое сжатие по формуле (6) закончится, дойдя до своего равновесного положения в конце первой фазы. С этого момента следует вести отсчёт времени колебательного движения. Последнее состоит в том, что вагоны продолжают по инерции сжиматься до тех пор, пока не израсходуется вся их кинетическая энергия. После этого они задерживаются и затем возвращаются к исходному начальному положению, проходя его с максимальной скоростью.

Поэтому, чтобы определить, через какое время происходит первое максимальное чисто динамическое сжатие, надо период (32) разделить на четыре. Называя эту четверть периода буквой  $\tau_{\max}$ , что обозначает число секунд до наступления максимального сжатия, и подставляя вместо  $\pi$  его числовое значение 3,14, получаем:

$$\tau_{\max} = 1,57 n_0 \sqrt{\frac{m}{c}}. \quad (33)$$

В этой формуле все величины известны или их можно получить из соответственных источников (вес вагона, характеристика автосцепки, число вагонов).

Чтобы определить полное время  $t_{\text{общ}}$  с учётом времени квази-статического сжатия, надо взять сумму времён появления максимума квази-статического сжатия и появления вслед за ним чисто динамического сжатия, т. е. взять сумму (8) и (33). Обозначая это суммарное время через  $t_{\text{общ}}$ , получаем:

$$t_{\text{общ}} = \tau_{\max} + t_s. \quad (34)$$

## § 10. СКОРОСТЬ СЖАТИЯ ПОЕЗДА

### а) Скорость упругой волны

Под скоростью сжатия поезда подразумевается скорость сокращения его длины при сжатии или, иначе говоря, это есть относительная скорость сближения паровоза, находящегося в голове поезда, и вагона, находящегося в хвосте его. В частном случае по ходу решения задачи может понадобиться определить скорость сжатия по сближению не концов поезда, а каких-нибудь вагонов внутри него, что будет особо оговариваться.

При исследовании явлений сжатия поезда под действием толчка на одном его конце будем считать, что поезд следует с некоторой скоростью и все действующие на него силы, в том числе и силы сопротивления, находятся в динамическом равновесии. Поэтому на основании закона независимости действия сил появление нового толчка даст новое независимое движение, которое в абсолютно упругой системе распространилось бы на всю систему. Предположим для начала, что такому условию удовлетворяет рассматриваемый поезд.

Кроме того, при данном исследовании принимаются во внимание лишь относительные перемещения вагонов внутри состава поезда, например, относительно его центра тяжести, оставляя без внимания общее движение его относительно рельсового пути.

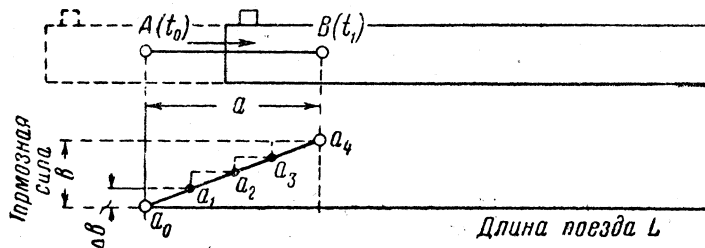
Предположим, что у находящегося во главе поезда локомотива возникла тормозная сила, постепенно возрастающая от нуля до максимума в определённый промежуток времени. Начавшееся замедление движения локомотива создаёт при этом нажим на идущий за ним поезд и таким образом зарождается начало

сжатия, которое с какой-то скоростью распространяется вдоль поезда. Проанализируем это явление подробнее.

Если в некоторый момент времени  $t_0$  центр тяжести локомотива находится в точке  $A$  (фиг. 14), то в последующий момент времени  $t_1$ , когда тормозная сила локомотива достигнет максимальной величины, центр тяжести паровоза вследствие сжатия поезда переместится (по отношению к центру тяжести поезда) на некоторую величину  $a$ , перейдя в точку  $B$ . Для дальнейших рассуждений не имеет значения закон возрастания тормозной силы, так как нас интересует не характер процесса происходящего сжатия, а лишь скорость, с какой распространяется вдоль поезда начавшееся сжатие в первый момент его появления.

Поэтому допустим, что тормозная сила локомотива возрастает по линейному закону  $a_0 a_4$ . Если бы совершенно отсутствовали сопротивления при относительных перемещениях вагонов, то при первом появившемся нажатии паровоза упругая волна сжатия распространилась бы вдоль всего поезда до конца его уже при самой незначительной величине тормозной силы  $\Delta b$ .

Если же предположить наличие некоторых сопротивлений, то упругая волна может дойти до конца поезда лишь при условии, что  $\Delta b$  будет не меньше суммы



Фиг. 14. Сжатие поезда под действием тормозной силы паровоза

всех этих сопротивлений. Будем, однако, для начала рассматривать идеальные условия, позволяющие брать величину  $\Delta b$  сколь угодно малой. Эта сила будет создавать упругую волну сжатия, состоящую в том, что получившееся от этой силы уменьшение первого междувагонного пространства на величину  $\Delta x$  передаётся ко второму вагону, где создаётся такое же уменьшение второго междувагонного пространства на ту же величину  $\Delta x$ , которое в свою очередь передаётся третьему вагону и т. д., последовательно с некоторой скоростью по направлению к хвосту поезда.

Вслед за первой рассмотренной ступенью тормозной силы  $\Delta b_1$  мы можем себе представить вторую  $\Delta b_2$ , затем третью. Все эти последующие ступени нарастания тормозной силы будут точно так же, как и первая ступень, служить источником образования новых волн упругих сжатий, распространяющихся ввиду общности условий с такими же скоростями. Приходя к пределу, мы должны принять рассматриваемые ступени тормозной силы локомотива  $\Delta b_1$ ,  $\Delta b_2$  бесконечно малыми, и тогда весь рассматриваемый прерывистый процесс превращается в непрерывный. Но как в том, так и в другом случае нас интересует скорость лишь начальной, идущей впереди всех, упругой волны сжатия поезда при первом же появлении тормозной силы.

Поэтому, если принять во внимание лишь первый импульс силы толчка паровоза о вагоны, возникший в момент времени  $t$ , то в момент  $t + \Delta t$  часть поезда  $ak$  (фиг. 15) при скорости упругой волны  $W$  будет сжата на длине

$$\overline{ak} = W \Delta t. \quad (35)$$

Остальная же часть поезда от  $k$  до его конца ещё будет оставаться в своём первоначальном свободном состоянии.

Поскольку мы анализируем результат действия лишь первого импульса тормозной силы, причём этот импульс можем себе представить в пределе сколь угодно малым, то при дальнейшем движении получившейся от него упругой волны сжатая уже часть  $ak$  будет перемещаться за этой волной как одно целое ввиду



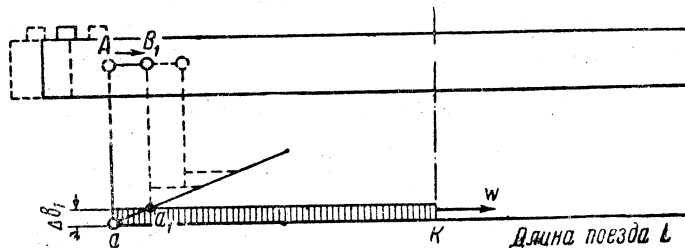
продолжающегося сжатия следующей части поезда. Следовательно, мы можем принять, что при этом движении всей части  $ak$  она в целом имеет какую-то общую скорость (заметим, что при бесконечно малом импульсе величина  $ak$  является тоже бесконечно малой). Поэтому, чтобы найти скорость перемещения этой части, достаточно найти скорость первого вагона.

Если в части  $ak$  имеется  $k$  вагонов ( $k$  может быть теоретически и дробью) и каждое междувагонное пространство при сжатии этой части укоротилось на  $\frac{\Delta b}{c}$  метров, где  $\Delta b$  — величина тормозной силы, а  $c$  — коэффициент жёсткости сцепок, то полное укорочение части  $ak$  будет:

$$a = \frac{\Delta b}{c} k.$$

На эту величину переместился передний конец поезда, т. е. первый вагон за промежуток времени  $\Delta t$ . Переходя же к пределу, получим скорость этого перемещения

$$v_0 = \frac{da}{dt} = \frac{d\left(\frac{\Delta b}{c} k\right)}{dt}. \quad (36)$$



Фиг. 15. Сжатие поезда под действием импульса силы торможения

Величину в скобках выразим в функции времени. Обозначая длину одного вагона вместе с междувагонным пространством буквой  $l$  и принимая во внимание равенство (35), можно длину  $ak$ , состоящую из  $k$  вагонов (фиг. 15), представить как

$$\overline{ak} = lk = W\Delta t,$$

откуда

$$k = \frac{W\Delta t}{l}. \quad (37)$$

Поэтому числитель в правой части уравнения (36) получит следующее преобразование

$$d\left(\frac{\Delta b}{c} k\right) = d\left(\frac{\Delta b}{c} \frac{W\Delta t}{l}\right) = \frac{\Delta b}{c} \cdot \frac{W}{l} dt.$$

Подставляя это значение в уравнение (36) и сокращая числитель и знаменатель правой части на  $dt$ , получаем:

$$v_0 = \frac{\Delta b W}{cl}. \quad (38)$$

Такую относительную скорость имеют все вагоны, принадлежащие части поезда  $ak$ , через время  $\Delta t$  после возникновения тормозной силы  $\Delta b$  у локомотива.

Применим закон количеств движения к перемещению части поезда  $ak$ . Общее уравнение согласно этому закону будет:

$$mkv = \Delta b \cdot \Delta t.$$

Подставляя сюда вместо  $k$  и  $v$  их значения из (37) и (38), получаем:

$$m \frac{W \Delta t}{l} \frac{\Delta b W}{cl} = \Delta b \Delta t,$$

что после сокращений даёт:

$$\frac{m W^2}{l^2 c} = 1,$$

откуда и находим искомую скорость упругой волны:

$$W = l \sqrt{\frac{c}{m}}. \quad (39)$$

### б) Скорость сжатия поезда

Термин «скорость сжатия поезда» не вполне определённый, если не указать, к какой части поезда он относится. При симметричном сжатии с обоих концов поезда вагоны приближаются к его центру тяжести с разными скоростями: наибольшую скорость имеют крайние вагоны, все остальные имеют меньшие скорости. Если известна скорость, с которой голова или хвост поезда двигаются к середине поезда вследствие его укорачивания от происходящего сжатия, то этого достаточно, чтобы определить относительную скорость любого другого вагона. Поэтому займёмся нахождением скорости, с которой передний конец поезда, т. е. локомотив, приближается к середине состава, когда поезд под действием тормозных сил укорачивается.

Эта скорость при торможении одним локомотивом уже найдена выше и выражается формулой (38)

$$v_0 = \frac{\Delta b W}{cl},$$

из которой следует, что  $v_0$  тем больше, чем больше ступень тормозной силы  $\Delta b$ . Поэтому, чтобы определить наибольшую скорость сжатия от действия тормоза одного лишь локомотива, подставим в последнюю формулу полную тормозную силу  $b$ , а также вместо  $W$  подставим его значение из (39). Получаем

$$v_0 = b \sqrt{\frac{1}{cm}}. \quad (40)$$

Обычно торможение поезда производится не одним локомотивом в голове, а приведением в действие всех тормозов в поезде. При этом, как нам уже известно из предыдущего, в конце первой фазы торможения создаётся перевес тормозных сил в передней половине поезда над такими же силами во второй половине, дающий квази-статическую реакцию, выражающуюся формулой (6)

$$R_{к.ст.} = \frac{1}{8} \chi \phi n \frac{t_v}{t_y}.$$

Но эта сила не является сосредоточенной, закон её распределения в первой половине поезда выражается треугольником  $bcf$  (фиг. 16). Поэтому центр действия этой силы будет на расстоянии одной трети  $bf$  от переднего конца поезда. Скорость же перемещения этого центра, следовательно и данной силы, будем считать скоростью сжатия поезда.

Пусть при сжатии поезда передний конец его переместился на величину  $a$ , тогда точка  $o_1$ , перейдя в положение  $o_2$ , переместится на величину  $d$ . Из фиг. 16 следует, что

$$a = L_{св} - L_{сж}$$

и

$$d = \frac{1}{3} L_{сж} + a - \frac{1}{3} L_{св},$$

или

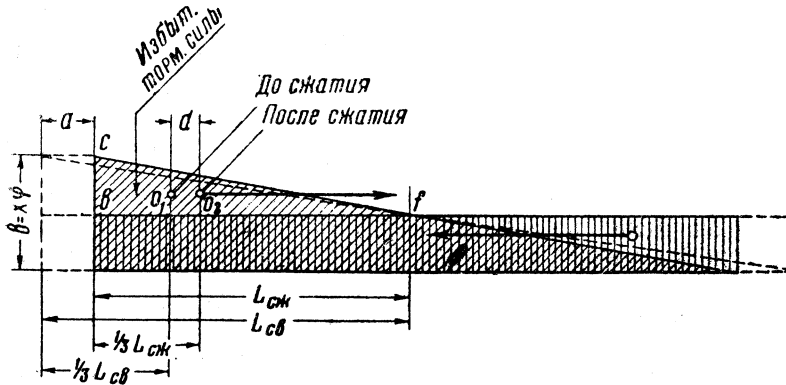
$$d = \frac{1}{3} L_{сж} + L_{св} - L_{сж} - \frac{1}{2} L_{св},$$

получаем

$$d = \frac{2}{3} (L_{св} - L_{сж}) = \frac{2}{3} a.$$

Отсюда заключаем, что скорость  $v_1$  точки  $o_1$  при сжатии поезда равна  $\frac{2}{3}$  от скорости  $v_0$  переднего конца поезда.

Так как в формуле (40) не фигурирует число вагонов, то можно условно считать точку  $o_1$  в которой сосредоточена сила  $R_{к. см.}$ , фиктивным передним концом поезда с той только разницей, что скорость сжатия поезда в этой точке будет составлять  $\frac{2}{3}$  от скорости самого переднего конца его.



Фиг. 16. Эпюра сил, сжимающих поезд

Тогда формулу (40) можно написать в следующем виде:

$$v_1 = \frac{2}{3} R_{к. см.} \sqrt{\frac{1}{\mu c m}}. \quad (41)$$

Это и есть искомая скорость сжатия поезда.

## § 11. ОКОНЧАТЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ДИНАМИКИ ТОРМОЖЕНИЯ ПОЕЗДА ВО ВТОРОЙ ФАЗЕ

Формула (31) чисто динамической реакции, выведенная в § 9

$$R_{ч. дин.} = v \sqrt{m c}, \quad (a)$$

нуждалась в выяснении величины  $v$  — относительной скорости сжатия поезда.

В § 10 формулами (40) и (41) эта скорость была вполне определена:

1) при торможении одним паровозом:

$$v_0 = b \sqrt{\frac{1}{m c}}; \quad (b)$$

2) при торможении всего поезда:

$$v_1 = \frac{2}{3} R_{к. см.} \sqrt{\frac{1}{m c}}, \quad (c)$$

причём  $R_{к. см.}$  берётся по формуле (6)

$$R_{к. см.} \frac{1}{8} = x \varphi n \frac{t_e}{t_y}, \quad (d)$$

или по формуле (7)

$$R_{к. см.} = \frac{1}{8} Q \varphi n \frac{t_e}{t_y}. \quad (e)$$

Чтобы получить формулу чисто динамической реакции, надо в формуле (a) заменить  $v$  его значением:

1) при торможении одним паровозом — значением из (б) и тогда получим

$$R_{\text{ч. дин.}} = b; \quad (42)$$

2) при торможении всего поезда — значением из (с) и (д)

$$R_{\text{ч. дин.}} = \frac{1}{12} x_{\text{фн}} \frac{t_{\text{с}}}{t_{\text{н}}} \quad (43)$$

Для получения формулы полной реакции в поезде при торможении надо взять сумму квази-статической и чисто динамической реакций.

При торможении одним паровозом квази-статическая реакция, очевидно, будет равна тормозной силе его  $b$ , получающейся в течение периода нарастания этой силы. После этого образуется чисто динамическая реакция, которая, как мы видим из формулы (42), равна силе  $b$ .

Поэтому полная динамическая реакция при торможении одним паровозом будет  $b + \bar{b}$ , т. е.

$$R_{nap} = 2b. \quad (44)$$

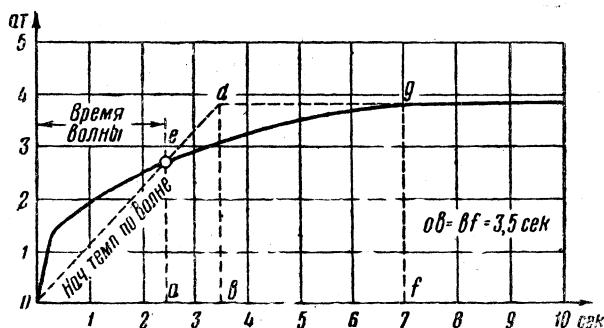
Это, между прочим, есть общеизвестное динамическое явление. Например, из теоретической механики известно, что внезапно приложенная сила к торцу упругого стержня вызывает его продольное сжатие, равное сжатию при двойной такой силе, но действующей статически.

При торможении всего поезда полная динамическая реакция будет равна квази-статической реакции (6) плюс чисто динамическая реакция (43) или

$$R_{\text{дин.}} = \frac{5}{24} x \varphi n \frac{t_s}{t_n}. \quad (45)$$

Чтобы эта формула была вполне пригодна для практического приложения, необходимо внести в неё взятую из опыта поправку, состоящую в следующем.

При выводе данной формулы время  $t_y$  наполнения тормозного цилиндра сжатым воздухом до максимального давления бралось из идеальной диаграммы



Фиг. 17. Начальный темп подъема давления в тормозном цилиндре при служебном торможении

шая сила торможения первого вагона соответствует давлению  $e$  в тормозном цилиндре) (фиг. 17 и 18), то ясно, что время  $t_u$  в этом случае должно рассчитываться по линии  $od$ . Это значит, что в формуле (45) время  $t_u$  надо отсчитывать не по  $of$ , равному по фиг. 4 (стр. 13) 27 сек., а по  $od$ , равному 15 сек., для товарного тормоза. Соответственно для пассажирского тормоза по фиг. 17 и 18 вместо 9 сек. при служебном и 7 сек. при экстренном торможении надо брать 4,5 и 3,5 сек., т. е. в формуле (45)  $t_u$  умножить на поправочный коэффициент 0,5. Сделав это, получаем окончательную формулу полной динамической реакции (квази-статическую плюс чисто динамическую);

$$R_{\text{дин.}} = \frac{5}{12} x_{\text{фн}} \frac{t_{\text{с}}}{t_{\text{н}}} \quad (46)$$

фиг. 8. В действительности же подъём давления в цилиндрах происходит по криволинейному закону (например, фиг. 3 и 4). Из этого следует, что в действительности подъём давления, а следовательно, и нарастание тормозной силы вначале происходит быстрее, чем под конец. А так как квази-статическая реакция получает максимум в тот момент, когда тормозная волна достигнет хвоста поезда (а в это время наиболь-

Эта формула достаточно близко приближается к опытным данным, поэтому принимаем её за основную<sup>1</sup>. Из неё можно получить ещё три вида формул, которые в некоторых случаях могут оказаться более удобными для анализа явлений или для подсчётов.

Так, если время тормозной волны выразить через

$$t_s = \frac{ln}{w},$$

то получим:

$$R_{дин.} = \frac{5}{12} x \varphi n^2 \frac{l}{wt_{\eta}}. \quad (47)$$

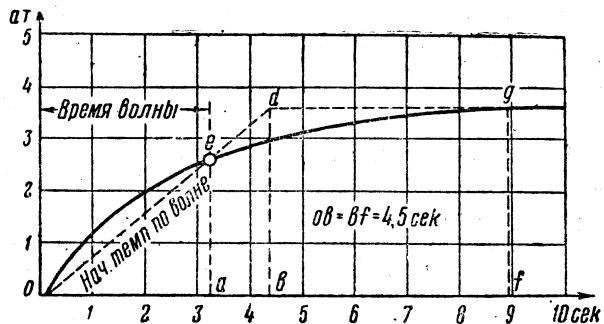
Здесь предполагается, что все вагоны тормозные.

Далее, в формуле (46) произведение  $xn$ , т. е. силы нажатия тормозных колодок одного вагона на число тормозных вагонов в поезде, можно выразить через тормозной коэффициент

$$xn = Q\varphi.$$

Подставляя это в (46), имеем:

$$R_{дин.} = \frac{5}{12} Q\varphi \frac{t_s}{t_h}. \quad (48)$$



Фиг. 18. Начальный темп подъема давления в тормозном цилиндре при экстренном торможении

Наконец, заменяя  $\varphi$ , как функцию скорости, значением её по формуле (22) (стр. 103)

$$\varphi = \frac{12}{V + 40},$$

где  $V$  — скорость поезда в км/час, можно формулу (47) представить в таком виде:

$$R_{дин.} = \frac{5Q\varphi n_0 l}{(V + 40) wt_{\eta}}, \quad (49)$$

где  $n_0$  — число всех вагонов в поезде (тормозных и нетормозных).

Время возникновения максимальной величины динамической реакции в поезде, считая от момента поворота ручки крана машиниста в тормозное положение, согласно (33) и (34) будет

$$t_{дин.} = t_s + 1,57 n \sqrt{\frac{m}{c}},$$

а так как

$$m = \frac{q}{9,8},$$

где  $q$  — вес одного вагона, то

$$t_{дин.} = t_s + 0,5 n \sqrt{\frac{q}{c}} \text{ сек.} \quad (50)$$

Коэффициент жёсткости  $c$  комплекта буферов или автосцепок в одном междувагонном пространстве можно принять равным для четырёх буферов — 50 000 кг/м, а для двух автосцепок — 1 000 000 кг/м.

<sup>1</sup> Проверено во время опытов с длинносоставным пассажирским поездом на участке Смоленск—Орша в 1940 г. при испытании тормозов Вестингауза с ускорителями Шавгулидзе.

До сих пор предполагалось, что поезд по весу и расположению в нём тормозов является однородным. В следующем параграфе рассматриваются реакции, возникающие от неравномерного распределения в нём удельной тормозной силы, что получает своё самостоятельное значение в четвёртой фазе торможения.

В формуле (47) прежде всего обращает на себя внимание то обстоятельство, что сила реакции пропорциональна квадрату числа тормозных вагонов и даже несколько больше, так как скорость тормозной волны, незначительно уменьшающаяся с увеличением числа вагонов, стоит в знаменателе.

Эти зависимости были отмечены и запотоколированы ещё в 1887 г. Комиссией при испытании товарных тормозов в США<sup>1</sup>, однако до последнего времени теоретически подтверждены не были.

Когда же торможение производится во время свободного движения поезда (по инерции) и у автосцепок отсутствуют зазоры (ввиду того, что локомотив, имея большее сопротивление движению, чем вагоны, удерживает их в слегка сжатом виде), то формула (49) наиболее полно выражает явление реакции и выявляет семь факторов, обуславливающих её:

$$V, Q, \vartheta, n, l, w, t_q.$$

Исследование торможения растянутого поезда, когда у автосцепок имеются свободные зазоры, например, тотчас же после закрытия регулятора, рассматривается ниже в § 14в.

Указанная выше формула по отношению к тормозам включает в себя, можно сказать, всю тормозную механику. Она раскрывает природу реакций в поезде. Она показывает, что создание совершенного тормоза, который бы обладал лёгкой управляемостью, максимальной эффективностью, осуществлял бы плавные торможения, гармонируя с работой автосцепки, представляет собой чрезвычайно трудную задачу, требующую длительных исканий.

## § 12. РЕАКЦИИ В ТРЕТЬЕЙ И ЧЕТВЁРТОЙ ФАЗАХ ТОРМОЖЕНИЯ

### а) «Отдача»

Переходим от исследования реакций во второй фазе к анализу реакций в третьей и четвёртой фазах торможения.

В третьей фазе происходит «отдача» той реакции сжатия, которая образовалась в первой фазе и удерживалась во время второй фазы, независимо от наличия колебательных движений частей поезда. В сущности, третья фаза характеризуется тем, что потенциальная энергия сжатия поглощающих упругих аппаратов отдаётся обратно, хотя с определёнными потерями.

Происходит это потому, что давления в тормозных цилиндрах выравниваются, следовательно выравнивается и распределение удельной тормозной силы по поезду. Поэтому упругие аппараты получают возможность произвести отдачу в определённом процентном отношении к воспринятой ранее при сжатии поезда энергии.

Очевидно подобно тому, как при возникновении реакции сжатия в первой фазе, максимальная сила сжатия поезда получилась в конце её, точно также при отдаче, максимальная сила растяжения поезда обнаружится в конце третьей фазы и будет проявляться динамически в начале четвёртой фазы, что может быть причиной образования большой разрывной силы.

Отсюда заключаем, что величина указанной силы будет состоять из квазистатической реакции по формуле (6) и динамической по формуле (45), что в сумме приводит к формуле (46); обозначая коэффициент отдачи поглощающего аппарата буквой  $\xi$ , получаем из формулы (46) следующую величину возможной силы отдачи

$$R_{\text{отд.}} = \frac{5}{12} \xi x \varphi n \frac{t_s}{t_q}.$$

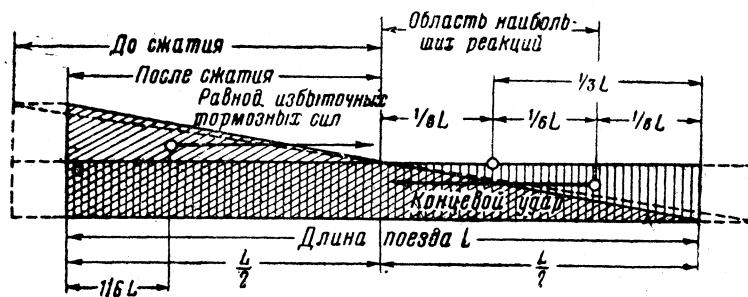
<sup>1</sup> «Испытания воздушных тормозов». Перевод и издание на русском языке, 1908 г., стр. 129.

На практике  $\xi \approx 0,5$ , тогда

$$R_{\text{отд.}} = 0,2 \times \text{фп} \frac{t_a}{t_{\text{ч}}} . \quad (51)$$

### б) Область наибольших реакций в поезде

Из § 7 и 8 мы знаем, что наибольшая сила сжатия поезда в конце первой фазы торможения находится в середине его и что при таком сжатом состоянии происходит динамическое накопление добавочной силы сжатия во второй фазе, передающееся от переднего к заднему концу поезда. Так как задний конец является свободным, то в нём (по закону передачи удара через прямолинейный ряд упругих тел) возникает динамическая реакция такой же массы и с центром действия её на таком же расстоянии от заднего конца, как и ударяющая масса со своим центром действия на переднем конце, т. е. та масса, которая вследствие избытка тормозных сил создаёт нажим, передающийся с некоторой скоростью к заднему концу. Предполагая равномерное распределение удельных тормозных сил, мы получаем уже известную нам эпюру, изображённую на фиг. 18а, на которой указаны точки приложения равнодействующей избыточных тормозных сил в передней половине поезда и сил реакции в конце его.



Фиг. 18а. Выявление места наибольших реакций

Так как избыточные тормозные силы распределяются по закону треугольника, то равнодействующая их приложена в точке, находящейся от паровоза на расстоянии одной трети половины длины поезда или одной шестой всей его длины. Симметрично на расстоянии одной шестой длины поезда от заднего конца расположена и точка приложения равнодействующей силы концевой реакции.

Если же вспомнить, что наибольшая квази-статическая реакция, как указывалось ранее, находится в середине поезда, то приходим к заключению, что область между серединой и одной шестой длины поезда от заднего конца является наиболее опасной в отношении ударных и разрывных реакций. Центр же этой области, как это видно из фиг. 18а, находится на расстоянии одной трети длины поезда от его заднего конца и характеризуется наиболее сильными толчками. Из практики также хорошо известно, что самое беспокойное место в поезде находится в одной трети от конца.

### в) Реакции вследствие неравномерного распределения удельной тормозной силы вагонов

Теперь обратимся к исследованию реакций в четвёртой фазе торможения, возникающих вследствие неодинаковой удельной тормозной силы вагонов.

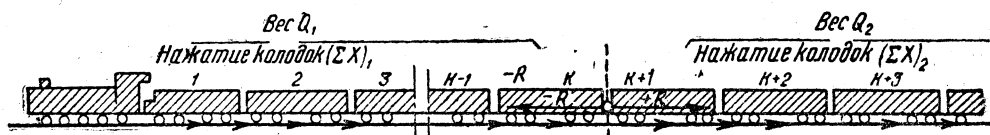
Когда поезд составлен из вагонов различного веса или из групп тяжёлых и лёгких вагонов, а тормоза расположены не соответственно этим вагонам, т. е. удельная тормозная сила вагонов неодинакова, то при торможении в разных местах поезда появляются растягивающие или сжимающие реакции. Они достигают наибольшей величины тогда, когда тормозные силы дойдут до своего максимума.

Это соответствует четвёртой фазе торможения. Характер их статический, так как установившиеся продольные силы натяжения и сжатия остаются относительно центра тяжести поезда неподвижными.

Для установления этих реакций в любом месте поезда воспользуемся методом проф. В. Ф. Егорченко «Определение силы по сцепному прибору» путём мысленного разделения поезда на две части и составления уравнения для каждой из них. («Тяговые расчёты», Трансжелдориздат, 1934 г., §§ 54 и 55).

Предположим, что в поезде, состоящем из  $n$  вагонов, требуется определить величину и знак реакции между вагонами, имеющими порядковый номер  $k$  и  $k + 1$  (фиг. 19).

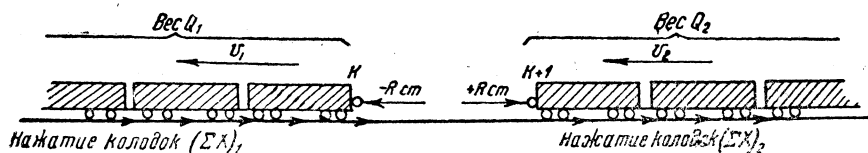
Обозначая абсолютную величину искомой реакции через  $R$ , на основании принципа: «действие равно и прямо противоположно противодействию», мы можем представить эту реакцию двузначно в виде двух сил с разными знаками,



Фиг. 19. Реакция в поезде между вагонами  $k$  и  $k + 1$

причём одна сила будет относиться к действию левой части поезда на правую, а другая к действию правой части на левую. Какие знаки должны иметь эти силы нам пока неизвестно. Ясно только то, что эти знаки противоположны. Обозначим поэтому их произвольно, считая, что при окончательном решении задачи знаки этих сил выяснятся. Условимся считать силу с плюсом ту, которая направлена в сторону тормозных сил, т. е. против движения поезда. Тогда другая сила, как обратная, будет с минусом.

Итак, согласно фиг. 19 силу  $+R$  можно считать происходящей от действия левой части поезда на правую, а силу  $-R$  возникающей от действия правой части на левую. Очевидно, эти силы при указанном предположении будут силами, сжимающими сцепные приборы, т. е. поезд в этом месте предполагается в сжатом состоянии вследствие неравномерно расположенных тормозов при установившемся торможении.



Фиг. 20. Разделение поезда по месту искомой реакции

Разделим мысленно поезд на две части по месту искомой реакции между вагонами  $k$  и  $k + 1$ , как показано на фиг. 20, с оставлением при них соответственных по знаку и величине внешних по отношению к ним сил реакции и составим для каждой части уравнение движения. Примем такие обозначения:

- $X_1$  — сумма нажатий тормозных колодок в левой части поезда;
- $X_2$  — сумма нажатий тормозных колодок в правой части поезда;
- $Q_1$  — вес левой части поезда;
- $Q_2$  — вес правой части поезда;
- $\varphi$  — коэффициент трения тормозных колодок при данной скорости;
- $v_1$  — предполагаемая скорость левой части поезда в изолированном состоянии после отделения её от правой части;
- $v_2$  — то же по отношению к правой части;
- $v$  — скорость поезда в сцепленном виде обеих частей;
- $R$  — реакция в сцепных приборах между вагонами  $k$  и  $k + 1$ .



Тогда уравнения движения будут:  
для левой части поезда:

$$\frac{Q_1}{g} \frac{dv_1}{dt} = X_1 \varphi - R;$$

для правой части

$$\frac{Q_2}{g} \frac{dv_2}{dt} = X_2 \varphi + R$$

или, разделив обе части на  $\frac{Q_1}{g}$  и соответственно на  $\frac{Q_2}{g}$

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{X_1 \varphi - R}{Q_1} g,$$

$$\frac{dv_2}{dt} = \frac{X_2 \varphi + R}{Q_2} g.$$

Но в действительности обе части поезда следуют нераздельно с одинаковой скоростью  $v$ , т. е.:

$$v_1 = v_2 = v.$$

Следовательно, левые и правые части последних двух уравнений в этом случае равны друг другу, а именно:

$$\frac{X_1 \varphi - R}{Q_1} = \frac{X_2 \varphi + R}{Q_2}.$$

Откуда и находим искомую статическую реакцию:

$$R = \varphi \frac{X_1 Q_2 - X_2 Q_1}{Q_1 + Q_2}.$$

Так как эта формула выведена для случая сжатия в данном месте поезда, то если при расчёте результат получится положительный, это означает, что предположение было правильное и в данном месте действительно происходит сжатие поезда. Если же результат получится отрицательный, то это показывает, что поезд испытывает в данном месте не сжатие, а растяжение.

Формула эта достаточно проста и удобна для применения на практике. Но её можно преобразовать и представить в ещё более упрощённом виде.

Обозначая сумму сил нажатий тормозных колодок во всём поезде  $X$ , а в части передней половины поезда до вагона  $k$  через  $X_1 = X_k$ , имеем:

$$X_2 = X - X_k.$$

Подставляя значение  $X_2$  в формулу (51), получаем:

$$R_{cm} = \varphi \frac{X_k(Q_1 + Q_2) - XQ}{Q_1 + Q_2}.$$

Заменяя здесь сумму весов обеих частей поезда  $Q_1 + Q_2$  весом всего поезда  $Q$ , а  $Q_1$  беря со значком  $k$ , как вес поезда до вагона  $k$ , получаем

$$R_{cm} = \varphi \left( X_k - \frac{X}{Q} Q_k \right).$$

Отношение  $X : Q$  называют в тяговых расчётах тормозным коэффициентом и обозначают через  $\vartheta$  (см. § 46 на стр. 15).

Подставляя его в последнюю формулу, получаем

$$R_{cm} = \varphi (X_k - Q_k \vartheta). \quad (52)$$

Формула (52) показывает, что реакция в любом месте поезда равна произведению коэффициента трения тормозных колодок (при данной скорости) на разность между действительным нажатием тормозных колодок в передней части поезда до вагона

$k$  и расчётной величиной нажатия, вычисленной по тормозному коэффициенту поезда.

Если формула (52) даёт результат с плюсом, то, как уже указывалось, это значит, что в данном месте имеется реакция сжатия. Если же с минусом, — то реакция растяжения.

Определим ещё, при каких условиях реакция (52) приобретает максимальную величину. Очевидно, это будет тогда, когда двучлен в скобках даст наибольшую разность, т. е. когда  $X_k$  будет наибольшим, а  $Q_k \vartheta$  — наименьшим. Для того чтобы  $X_k$  было наибольшим, необходимо, чтобы все  $k$  вагонов были тормозные, а чтобы  $Q_k \vartheta$  было наименьшим, надо чтобы  $\vartheta$  было наименьшим. Остаётся выяснить для этих случаев величину  $k$  тормозных вагонов, считая, что все остальные вагоны нетормозные.

Замечаем, что:

$$X_k = xk; Q_k = qk; \vartheta = \frac{xk}{qn}.$$

При этих данных двучлен в скобках формулы (52) выразится так:

$$\left( xk - xk^2 \frac{1}{n} \right).$$

Чтобы найти максимум этой величины, берём производную по  $k$  и приравняем нулю:

$$x - 2k \frac{x}{n} = 0,$$

откуда  $k = \frac{1}{2} n$ .

Итак, максимум реакции получается тогда, когда в поезде одна из половин вся тормозная, а другая нетормозная, т. е. в формуле (52) вместо значка  $k$  надо подставить  $\frac{n}{2}$ , где  $n$  — число вагонов в поезде.

Тогда величина этой реакции определится из формулы:

$$R_{\max} = \varphi (X_{n/2} - Q_{n/2} \vartheta). \quad (52')$$

Тормозной коэффициент  $\vartheta$  представляет собой отношение суммы сил нажатия тормозных колодок в поезде к весу поезда. В данном случае

$$\vartheta = X_{n/2} : Q,$$

тогда

$$R_{\max} = \varphi X_{n/2} \left( 1 - \frac{Q_{n/2}}{Q} \right),$$

где  $Q_{n/2}$  — вес половины поезда, а  $Q$  — вес всего поезда, поэтому:

$$R_{\max} = 1/2 \varphi X_{n/2}.$$

Но так как сумма нажатий всех тормозных колодок в правой половине поезда

$$X_{n/2} = \frac{1}{2} xn,$$

где  $x$  — относится к нажатию колодок на одном вагоне, то последняя формула может быть написана так:

$$R_{\max} = \frac{1}{4} \varphi xn. \quad (52'')$$

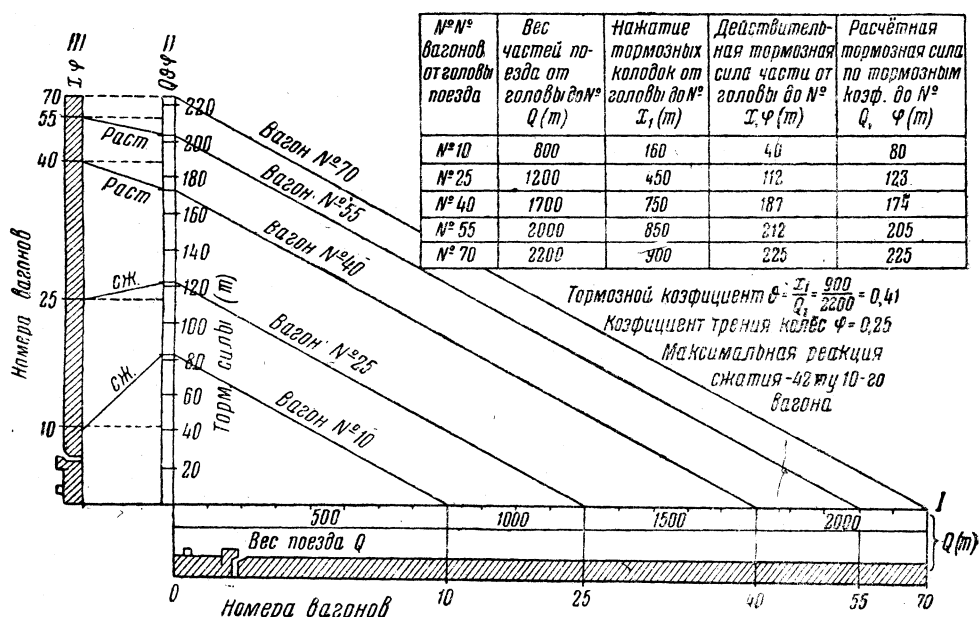
Время появления статической реакции (назовём его через  $t_{cm}$ ) во всём поезде, очевидно, настанет лишь после того, как закончится наполнение последнего тормозного цилиндра сжатым воздухом. Это время теоретически складывается из времени тормозной волны и времени наполнения тормозного цилиндра

$$t_{cm} = t_v + t_{\varphi}. \quad (53)$$

В действительности оно немного больше, так как в хвосте поезда  $t_y$  затягивается, т. е. оно больше, чем в голове.

Тормозной коэффициент поезда определяется из справки, выдаваемой машинисту после пробы тормозов. Точно так же подсчитывается действительное нажатие головной части поезда до данного вагона. Вес этой части также может быть определён по документам на вагоны поезда.

Таким образом, формула (52) служит для определения реакции в любом месте поезда. Но если требуется найти место в поезде, где реакция имеет наибольшую величину сжатия или растяжения, то это представляется задачей более сложной. В этом случае следует разделить поезд на некоторое число равных частей, например пять, и для каждой части определить реакцию, а затем из сопоставления цифр найти приблизительно требуемое место.



Фиг. 21. Графическое определение статических реакций в поезде

Коэффициент трения тормозных колодок надо относить к меньшим скоростям, когда он имеет величину большую. Вообще можно его принимать равным 0,25.

Кроме того надо учитывать профиль пути. Если полное торможение товарного поезда произведено на горизонтальном пути со скорости, например, 40 км/ч, то остановка поезда происходит раньше, чем давления в тормозных цилиндрах достигнут наибольшей величины. Поэтому величину реакции по формуле (52) надо уменьшить примерно на 20%, а при скоростях 30 и 20 км/ч — на 30%.

Более наглядно эта задача решается графически.

Строятся три масштаба (фиг. 21): один горизонтальный, по которому откладывается вес поезда или вес его частей в тоннах, от головы до определённых номеров вагонов, другие два масштаба вертикальные: один для  $Q\delta\phi$ , т. е. для тормозной силы, определяемой по тормозному коэффициенту, и другой для  $X\phi$ , т. е. для тормозной силы, определяемой по действительному нажатию тормозных колодок. Полная тормозная сила по обоим масштабам для всего поезда одинакова, поэтому высоты масштабов равны, но внутри масштаба эти силы неодинаковы; именно, по тормозному коэффициенту они предполагаются равномерно распределёнными по всему поезду, а по действительному нажатию колодок они могут быть и неравномерно распределёнными.

Вес частей поезда с горизонтального масштаба I переносится по принципу пропорционального деления на масштаб вертикальной тормозной силы II по соответствующему тормозному коэффициенту. По вертикальному масштабу III вес частей поезда откладывается путём прямого сноса, с масштаба II — подсчитанные тормозные силы по действительному нажатию тормозных колодок для тех же частей поезда. Расхождения в отметках тормозных сил до данных номеров вагонов на обоих вертикальных масштабах покажут величину реакций, причём если действительная тормозная сила окажется больше, чем сила, определяемая по тормозному коэффициенту, то в этом месте имеется сжатие поезда, а если наоборот, — то растяжение. Если же окажутся равными, то реакция отсутствует. Наглядно представлено это наклонными линиями.

Фиг. 21 построена для поезда, вес которого и нажатия тормозных колодок указаны в таблице на ней же.

Тормозной коэффициент поезда:  $\vartheta = 900 : 2\,200 = 0,41$ .

Из фиг. 21 видно, что у 10-го вагона реакция сжатия будет  $80 - 40 = 40\, т$ , у 40-го вагона реакция растяжения составит  $187 - 174 = 13\, т$  и т. д.

То же самое получится и по формуле (52).

### § 13. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ДИНАМИКИ ТОРМОЖЕНИЯ. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Когда торможение поезда происходит полностью через все четыре фазы, то поезд претерпевает последовательно продольные динамические и статические реакции, характер и величина которых выражается формулами, помещёнными в табл. 1 с ссылкой на параграфы и номера, где они были выведены. При выводах формул динамических реакций предполагалось равномерное распределение удельной тормозной силы по поезду, что, впрочем, на практике в большинстве случаев подтверждается.

Кроме того, предполагалось, как было уже указано ранее, отсутствие свободных зазоров у автосцепок. Реакции, вызываемые наличием зазоров, рассматриваются особо в § 14-6.

Значения букв, входящих в правые части формул, следующие:

$X_k$  — сумма сил нажатия всех тормозных колодок в части поезда от его головы до вагона  $k$ , в  $т$ ;

$x$  — сумма сил нажатия всех тормозных колодок у одного вагона в  $т$ ;

$Q$  — вес поезда в  $т$ ;

$Q_k$  — вес части поезда от головы до вагона  $k$  в  $т$ ;

$q$  — вес вагона в  $кг$ ;

$c$  — коэффициент жёсткости двух сцепных приборов в  $кг/м$ ;

$n$  — число тормозных вагонов в поезде;

$n_0$  — число всех вагонов в поезде (тормозных и нетормозных);

$l$  — длина вагона в  $м$ ;

$w$  — скорость тормозной волны в  $м/сек$ ;

$t_s$  — время распространения тормозной волны в секундах;

$t_{\eta}$  — время наполнения тормозного цилиндра сжатым воздухом от нуля до максимального давления в секундах;

$\vartheta$  — тормозной коэффициент поезда;

$V$  — скорость поезда в  $км/час$ ;

$\varphi$  — коэффициент трения тормозных колодок;

$b$  — тормозная сила паровоза.

Указанные выше формулы относятся к 1-й, 2-й и 4-й фазам торможения.

Реакции 1-й и 2-й фаз торможения зависят преимущественно от качества и характеристики применяемого тормоза. Они наиболее полно выражаются формулой (49).

Реакции 3-й и 4-й фаз сливаются в другую группу реакций, имеющей характер отдачи, сила которой в значительной степени зависит от системы упряж-

Таблица 1

## Сводка основных формул динамики торможения

§	№ форм.	Вид формулы	Значение формулы
7	6	$R_{к. см.} = \frac{1}{8} \times \varphi n \frac{t_s}{t_u}$	Квази-статическая реакция в конце первой фазы торможения
7	8	$t_{к. см.} = t_s$	Время в секундах появления квази-статической максимальной реакции, считая от момента поворота ручки крана машиниста в тормозное положение
10	39	$W = l \sqrt{\frac{c}{m}}$	Скорость упругой волны вдоль поезда при толчке
10	41	$v_1 = \frac{2}{3} R_{к. см.} \sqrt{\frac{1}{cm}}$	Скорость сжатия (м/сек)
11	44	$R_{нар} = 2b$	Полная динамическая реакция при торможении одним паровозом
11	46	$R_{дин.} = \frac{5}{12} \times \varphi n \frac{t_s}{t_u}$	Полная динамическая (чисто динамическая плюс квази-статическая) реакция во второй фазе торможения поезда
11	47	$R_{дин.} = \frac{5}{12} \times \varphi n^2 \frac{l}{wt_u}$	Та же формула (46), но преобразована по скорости тормозной волны. (Все вагоны в поезде тормозные)
11	48	$R_{дин.} = \frac{5}{12} Q \varphi \frac{t_s}{t_u}$	Та же формула (46), но преобразована по тормозному коэффициенту
11	49	$R_{дин.} = \frac{5 Q \varphi n_0 l}{(V + 40) wt_u}$	Та же формула (46), но преобразована по тормозному коэффициенту и по коэффициенту трения в функции от скорости ( $V + 40$ )
11	50	$t_{дин.} = t_s + 0,5 n \sqrt{\frac{q}{c}}$	Время появления общей динамической реакции во второй фазе торможения
12	51	$R_{отд.} = 0,2 \times \varphi n \frac{t_s}{t_u}$	Реакция отдачи (при коэффициенте отдачи поглощающего аппарата $\xi=0,5$ )
12	52	$R_{см.} = \varphi (X_k - Q_k \vartheta)$	Статическая реакция по сцепному прибору в междувагонном пространстве за вагоном $k$ (от неравномерности распределения веса и расположения тормозов в поезде)
12	52'	$R_{max} = \varphi (X_{n/2} - Q_{n/2} \vartheta)$	Та же реакция (52), как максимум в середине поезда при условии, что в первой половине все вагоны тормозные, а во второй—нетормозные
12	52''	$R_{max} = \frac{1}{4} \varphi \times n$	
12	53	$t_{см} = t_s + t_u$	
			Время появления статической реакции из-за неравномерного расположения тормозов, от момента поворота ручки крана машиниста в тормозное положение

ных приборов и от условий размещения тормозных единиц в поезде при его формировании.

Из формулы (46) видно, что сила реакции увеличивается с увеличением коэффициента трения  $\phi$ , который, как известно, возрастает с уменьшением скорости поезда. Следовательно, если при больших скоростях можно делать смелые торможения, давая большую первую ступень, то при малых скоростях надо быть более осторожным и производить торможения малыми ступенями.

Качество той или иной системы тормоза оценивается по двум важным признакам: по скорости тормозной волны (чем она больше, тем тормоз лучше) и по величине времени наполнения тормозного цилиндра сжатым воздухом до полного рабочего давления, обычно  $3,5 \text{ ат}$  (чем оно меньше, тем лучше) при условии, конечно, что сила реакции не превышает допустимой величины. Первое условие достигается принципом работы данного тормоза; второе является как бы производным первого: время наполнения тормозного цилиндра должно соответствовать скорости тормозной волны.

Возьмём, например, пассажирский поезд, характеристика которого следующая:

$n_0 = 24$  четырёхосным вагонам, включая паровоз, принятый за 3 вагона;

$l$  — длина вагона  $25 \text{ м}$ ;

$Q$  — вес поезда  $1120 \text{ т}$ ;

$\phi$  — тормозной коэффициент поезда  $0,5$ ;

$w$  — скорость тормозной волны  $100 \text{ м/сек}$  (тормоз Вестингауза в длинно-составном поезде);

$t_{\text{ц}}$  — время наполнения тормозного цилиндра  $8 \text{ сек.}$ ;

$R_{\text{дин}}$  — допускается динамическая реакция  $15 \text{ т}$  при скорости  $V = 15 \text{ км/час}$ .

Нужно проверить, может ли выполнить последнее условие данный тормоз. Для решения задачи воспользуемся формулой (49):

$$R_{\text{дин}} = \frac{5Q\phi n_0 l}{(V + 40) w t_{\text{ц}}},$$

подставляя данные, получаем:

$$R_{\text{дин}} = \frac{5 \cdot 1120 \cdot 0,5 \cdot 24 \cdot 25}{(15 + 40) 100 \cdot 8} \approx 38 \text{ т.}$$

Тормоз не выдерживает настоящее условие, так как даёт реакцию, которая превосходит заданную более чем в два раза.

Поставим в тот же поезд другой пассажирский тормоз, у которого:

$$w = 180 \text{ м/сек,}$$

$$t_{\text{ц}} = 12 \text{ сек.}$$

Соответственно имеем:

$$R_{\text{дин}} = \frac{5 \cdot 1120 \cdot 0,5 \cdot 24 \cdot 25}{(15 + 40) \cdot 180 \cdot 12} \approx 14 \text{ т.}$$

Этот тормоз уже удовлетворяет поставленному условию в отношении величины реакции, но зато время наполнения тормозного цилиндра у него на  $4 \text{ сек.}$  больше, чем у тормоза Вестингауза. Преследуя цель ускорить время  $t_{\text{ц}}$ , тормоз делают двухрежимным: для коротких поездов (менее  $15$  вагонов) рукоятка воздушнораспределителя ставится на первый режим, при котором тормозной цилиндр наполняется за  $7-8 \text{ сек.}$  Для поездов средней длины (до  $20$  вагонов) пользуются вторым режимом, время  $t_{\text{ц}}$  которого составляет  $12 \text{ сек.}$

До введения более совершенных тормозов Министерство путей сообщения издало приказ, который предписывает в длинносоставных пассажирских поездах, например, при  $18$  и более вагонах, во избежание получающихся при торможении сильных толчков включать тормоза Вестингауза через один вагон. Такое мероприятие уменьшает тормозной коэффициент  $\phi$  вдвое. Согласно формуле (49) реакция благодаря этому уменьшается тоже вдвое, т. е. вместо полученной

выше по расчёту 38 *m* она будет 19 *m*. Однако тормозные пути при этом увеличиваются.

Рассмотрим ещё формулу (52) статической реакции от неравномерности распределения тормозов в поезде

$$R_{cm} = \varphi (X_k - Q_k \vartheta).$$

Пример для товарного поезда был приведён в § 12 в виде таблицы и графического решения. Рассмотрим теперь пример для пассажирского поезда.

Когда тормоза всех вагонов включены, то распределение удельной тормозной силы в поезде равномерное и поэтому при торможении никакой статической реакции не будет. Посмотрим, какое это имеет значение, например, при выключении одного тормоза в передней половине поезда, характеристика которого для данного случая пусть будет следующая: вес поезда  $Q = 880$  *m*, вес одного вагона 40 *m*, нажатие колодок у одного вагона — 20 *m*, число вагонов 19  $\div$  эквивалент паровоза 3 вагона, всего — 22.

В передней половине поезда включено тормозных вагонов 10, в задней — 11, всего 21 тормозных и один нетормозной вагон.

Тормозной коэффициент  $\vartheta = 21 \cdot 20 : 880 = 0,48$ ; коэффициент трения тормозных колодок при малой скорости равен 0,2.

Определяем величину реакций по формуле (52):

$$Q_k = 11 \cdot 40 = 440,$$

$$X_k = 10 \cdot 20 = 200.$$

Имеем

$$R_{cm} = 0,2 (10 \cdot 20 - 11 \cdot 40 \cdot 0,48) = -2 \text{ m}.$$

Итак, выключение одного тормоза в голове поезда даёт реакцию растяжения около 2 *m*. Каждая следующая выключенная тормозная единица в той же части поезда будет увеличивать реакцию ещё на такую же величину. При выключении одинакового числа тормозных единиц в передней и задней половинах поезда реакция отсутствует. Выключение тормоза только во второй половине поезда даёт реакцию сжатия около 2 *m*.

Нас интересует главным образом середина поезда ввиду того, что динамические реакции здесь имеют наибольшую величину на сжатие и возможную отдачу в третьей фазе торможения. Последняя совместно со статической реакцией растяжения может дать величину, превосходящую допускаемую.

При абсолютно упругих сцепках и буферах сила отдачи в третьей фазе полностью равнялась бы силе динамической реакции во второй фазе. Но так как упряжные приборы не только не обладают абсолютной упругостью, но даже снабжаются фрикционными приспособлениями для поглощения части энергии удара, то сила отдачи равна лишь части динамической реакции, в среднем около половины её.

Формулы (46) и (52) динамической и статической реакций содержат в правой части величины  $x$  и  $X$  сил нажатия тормозных колодок у вагона и у всего поезда. Чем больше эти силы, тем больше величина реакции. Из этого следует практическое правило: при ступенчатом торможении в длинносоставных пассажирских поездах не надо делать слишком большие ступени торможения, а достаточно соблюдать большие выдержки во времени между ступенями.

Кроме того, рекомендуется начинать торможение (в зависимости от скорости и профиля пути) на достаточно большом расстоянии от места требуемой остановки поезда. Тогда можно не торопясь выдерживать интервалы между ступенями. Тормозная сила уже сама по себе заметно возрастает вследствие замедления движения поезда, так как коэффициент трения с уменьшением скорости увеличивается. При ступенчатом торможении необходимо это учитывать.

Рассматривая различные виды реакции, мы заменяем паровоз эквивалентным числом вагонов. Следует однако обратить внимание на то, что паровоз в голове поезда является большой сосредоточенной массой и большой общей тормозной

силой, которая, создавая первый толчок, даёт динамическую реакцию, согласно формуле (44), равную  $2b_{пар}$ . Эта реакция с определённой скоростью достигает хвостовой части поезда, где последние вагоны в количестве массы, равной массе паровоза, отбрасываются, давая сильный рывок. Во избежание этой реакции рекомендуется создавать такие условия, при которых паровозный тормоз начинал своё действие позже, чем тормоза ближайших к паровозу вагонов, и развивал тормозное усилие медленнее (в товарных длинных поездах в большей степени, а в пассажирских в меньшей).

Все рассматриваемые здесь формулы выводились в предположении отсутствия потерь на трение и поглощение энергии фрикционными аппаратами. Но так как в действительности они имеются, то выясним их влияние на величину той или иной реакции.

Все динамические и статические реакции достигают своего максимума в одинаковой мере как в предположении вполне упругих, так и не вполне упругих условий, ибо энергия, вызывающая реакцию, в обоих случаях хотя и по-разному превращается в другую форму. Например, при вполне упругих условиях в потенциальную энергию сжатия, которая в любой момент способна возвратиться полностью в виде «отдачи»; при не вполне упругих условиях часть энергии сжатия превращается в тепловую энергию вследствие удара и трения, а оставшая часть — в потенциальную. Из этого следует, что выведенные формулы для определения реакций остаются в силе для любых случаев.

## § 14. СИЛОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ТОРМОЗАМИ И СЦЕПКАМИ

### а) Сведения из практики и опыта

Реакции, появляющиеся при торможении, создают определённые напряжения в сцепных ударно-тяговых приборах и в хребтовых балках вагонов. Основную нагрузку выдерживают, конечно, сцепные приборы. Поэтому характер реакции при торможении зависит не только от свойств и системы тормоза, но также от типа ударно-тяговых аппаратов.

Весьма большим препятствием для применения тормозов является наличие в поезде винтовой стяжки, которая при силе в 50 *т* уже обрывается, а при 25-*т* усилии настолько деформируется, что винт перестаёт работать. В пассажирских поездах, длина которых не превышает 400 *м* (14—15 четырёхосных вагонов), винтовая стяжка ещё допускает применение скородействующих тормозов; но при длинных поездах приходится использовать медленно действующие тормоза, дающие более плавное торможение. В противном случае винтовую стяжку необходимо заменять автосцепкой или же предусматривать достаточно совершенные амортизаторы, поглощающие удары и толчки во время торможений.

Важную роль при торможении поезда играет наличие свободных зазоров у автосцепок в том, конечно, случае, когда торможение производится в момент растянутого состояния поезда, например, при открытом регуляторе или сейчас же после его закрытия.

Во всяком случае успех торможения зависит от свойства тормозов (главным образом в отношении скорости тормозной волны), а также от длины составов, для которых предназначаются тормоза, и от характеристики сцепных приборов. Необходимо подбирать и устанавливать определённое время наполнения тормозных цилиндров сжатым воздухом как при служебных торможениях, так и при экстренных, причём в последнем случае должно быть обращено внимание также и на диаграмму наполнения, характер которой играет большую роль в отношении плавности торможения.

При экстренном торможении применяемый у нас скородействующий тормоз Вестингауза даёт такую диаграмму: быстрый, скачкообразный подъём начального давления до 2 *ат*, а затем переход на медленное питание в течение 6—7 сек. (см. фиг. 6 на стр. 14). В коротких поездах (не более 15 четырёхосных вагонов) это даёт



благоприятный результат в том отношении, что сразу создаётся небольшое быстрое торможение, которое в свою очередь вызывает соответственное сжатие поезда при продолжающемся сравнительно медленном нарастании давления в тормозных цилиндрах. Эта диаграмма получилась в результате применения ускорителей, дающих сильную дополнительную разрядку магистрали. В более длинных поездах время распространения тормозной волны увеличивается и сила реакции согласно формуле (46) (табл. 1) выходит за пределы допускаемой величины. В этом случае для уменьшения реакции прибегают к увеличению времени наполнения тормозных цилиндров сжатым воздухом; но в скородействующем тормозе Вестингауза ввиду особого принципа его работы непосредственно выполнить этого нельзя, и приходится вносить сложные коррективы или изменять конструкцию. Кроме того, затяжное наполнение тормозных цилиндров ведёт к увеличению длины тормозного пути, т. е. к снижению самого главного качества тормоза.

Вопрос этот ещё более усложняется при применении автосцепок с двуступенчатым ходом фрикционных поглощающих аппаратов и наличием свободных зазоров между контурами зацепления. Чтобы получить наиболее эффективную систему тормоза с малым временем наполнения тормозных цилиндров, но дающим плавные торможения, необходимо тормоз построить так, чтобы режим его работы соответствовал режиму работы поглощающих аппаратов автосцепок, чтобы реакции во время торможения носили характер безударный, плавно нарастающий. Другими словами, работа автотормозов и действие поглощающих аппаратов автосцепок должны быть строго координированы.

Найти, однако, такой режим работы тормозов практически оказалось задачей довольно трудной. В 1930—1931 гг. в США были поставлены специальные опыты с целью найти наилучший тип кривой наполнения тормозных цилиндров.

Из большого числа испытывавшихся вариантов кривых наполнения тормозных цилиндров при экстренном торможении с поездами из 100 и более четырёхосных порожних вагонов была признана удовлетворительной с точки зрения умеренных ударных реакций (при критической скорости в 32 км/час) — кривая, показанная на фиг. 7. Она состоит из следующих элементов: 1) быстрое повышение давления в тормозном цилиндре  $ab$  до 1,1 ат; 2) последующая 8- или 10-секундная задержка  $bc$  при медленном темпе подъёма давления до 1,5—1,6 ат (в это время происходит сжатие поезда); 3) дальнейшее быстрое окончательное повышение до величины давления, соответствующего полному торможению  $cd$ , что является безопасным, поскольку поезд уже сжат.

Весь этот процесс продолжается у тормоза одного вагона 12—14 сек., а у тормозов всего поезда в зависимости от длины последнего 18—22 сек. (если скорость тормозной волны не меньше 220 м/сек).

Одновременно с установлением типа кривой наполнения тормозного цилиндра было признано необходимым ввести для паровоза задержку начала торможения на 10 сек. и замедленный темп наполнения тормозного цилиндра в 30 сек. по формуле обычной диаграммы.

Выше указывалось, что опыты производились при критической скорости 32 км/ч. Эта скорость названа критической потому, что при меньших скоростях поезд останавливается раньше, чем успевает закончиться процесс наполнения тормозного цилиндра, а при больших скоростях коэффициент трения тормозных колодок становится меньшим. В том и другом случае сила реакции уменьшается.

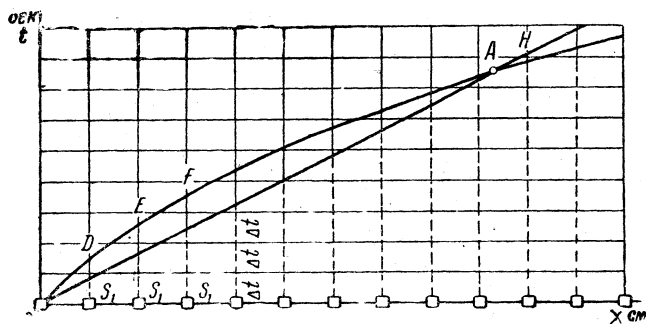
#### **б) Реакции при торможении поезда, вызываемые наличием свободных зазоров у автосцепок**

У автосцепок при растянутом поезде имеются свободные зазоры, величина которых достигает до 40 мм на вагон. Зазоры допускают относительные движения вагонов без участия поглощающих аппаратов; ввиду этого при торможении поезда происходят его сжатие и сокращение длины сначала за счёт исчезновения зазоров, а потом уже за счёт сжатия поглощающих аппаратов.

В большинстве случаев торможение производится при закрытом регуляторе и установившемся движении поезда по инерции. В этом случае можно считать, что зазоры отсутствуют благодаря тому, что локомотив, имея большее сопротивление, чем вагоны, держит их в слегка сжатом состоянии.

Если же торможение поезда производится при открытом регуляторе, т. е. во время тяги локомотива, или сейчас же после прекращения тяги, или на ломаном профиле (пути), когда можно ожидать наличие больших зазоров у автосцепок, то, естественно, реакции в поезде будут сильнее, чем тогда, когда отсутствуют зазоры.

Выведенные выше формулы, перечисленные в табл. 1, не учитывают наличие зазоров у автосцепок, и выявляют факторы, относящиеся главным образом к тормозной системе. Для учёта же влияния наличия зазоров автосцепок на увеличение реакций в поезде сделаем дополнительный анализ.



Фиг. 21а. Диаграмма относительного движения вагонов при наличии зазоров в сцепках при торможении

толчок, начинает с этого момента двигаться дальше с общей одинаковой скоростью вагонов, которые дали ему этот толчок.

Обратимся к диаграмме, изображённой на фиг. 21а. На горизонтальной оси квадратиками обозначены вагоны. Эти вагоны отделены друг от друга допускаемыми у автосцепок свободными зазорами  $s_1$ .

По вертикальной оси  $Ot$  отложено время в секундах, начиная от момента начала торможения. Прямая  $OA$  характеризует собой распространение в поезде тормозной волны по линейному закону в функции времени. Ординаты, изображённые пунктиром, показывают время, протекшее от момента начала действия тормоза первого вагона до начала действия тормоза данного вагона. Когда же тормозное усилие  $\Delta b$  достигнет рассматриваемого вагона, оно вызовет его относительное замедление, которое обозначим буквой  $a$ . Это движение, по отношению к движению незаторможенных ещё вагонов, изображено на диаграмме кривой  $ODA$ , построенной по формуле пути при замедленном движении:

$$\chi = \frac{1}{2} at^2, \quad (a)$$

где  $\chi$  — пройденное вагоном относительное расстояние в пределах свободного зазора сцепок;

$a$  — относительное замедление вагона;

$t$  — время.

Из этой формулы видно, что кривая  $ODA$  представляет собой параболу с вершиной в точке  $O$ . Из неё можно определить величину изменения относительной скорости, которую в дальнейшем будем называть потеряннй скоростью. Для этого возьмём производную от  $\chi$  по  $t$

$$\frac{d\chi}{dt} = a\chi. \quad (б)$$

<sup>1</sup> А. Г. М. Е. Transactions, August, 1935.

За промежуток времени  $\Delta t$  между действием тормоза первого и второго вагона первый вагон потеряет скорость  $a\Delta t$  и с этого момента оба вагона будут идти с одинаковым замедлением  $a$ .

Если свободный зазор у автосцепки достаточно велик, то полагаем, что тормозная сила начнёт действовать на втором вагоне прежде, чем он получит толчок от первого вагона. Этот процесс, распространяясь дальше, охватывает ряд вагонов, заставляя их сжатой группой двигаться с одинаковой скоростью, величина которой в каждый момент представляется касательной к кривой  $ODA$ . Эта группа заторможенных вагонов в свою очередь даёт толчок следующим вагонам в точках  $E, F$ , и т. д. до тех пор, пока парабола  $ODA$ , изображающая этот процесс, не достигнет точки  $A$  пересечения её с прямой  $OA$ , изображающей распространение действия тормоза. В точке  $A$ , следовательно, свободного зазора у сцепки уже нет, и действие толчка здесь обгоняет действие тормоза, т. е. толчок правее точки  $A$  получается раньше, чем начало действия тормоза. Общие координаты диаграммы назовём через  $\chi$  и  $t$ , а координаты точки  $A$  — через  $\chi_A$  и  $t_A$ .

Характер явлений до точки  $A$ , когда  $t < t_A$ , отличается от характера явлений за точкой  $A$ , когда  $t > t_A$ , и поэтому будем рассматривать эти два случая отдельно.

а)  $t < t_A$ . В любое время  $t$  группа заторможенных вагонов будет иметь общую массу

$$m \frac{t}{\Delta t},$$

где  $m$  — масса одного вагона;

$\Delta t$  — время распространения действия тормоза между двумя смежными вагонами;

$t$  — время действия тормоза между первым и рассматриваемым вагоном.

Отношение  $\frac{t}{\Delta t}$  показывает число вагонов в рассматриваемой группе.

Эта группа вагонов заторможена средним тормозным усилием, равным  $\frac{1}{2} \Delta b \frac{t}{\Delta t}$  (по закону треугольника). Если среднюю потерю скорости каждого вагона в группе к моменту времени  $t$  назвать буквой  $c_t$ , то можно составить следующее уравнение потеряннного количества движения всей этой группы, состоящей из  $\frac{t}{\Delta t}$  вагонов:

$$m \frac{t}{\Delta t} c_t = \frac{1}{2} \Delta b \frac{t}{\Delta t} t.$$

Откуда средняя потерянная скорость  $c_t$  для любого момента  $t < t_A$  будет

$$c_t = \frac{\Delta b t}{2m}. \quad (B)$$

Если тормозная сила постепенно нарастает до максимальной величины  $b$  в течение времени наполнения тормозного цилиндра сжатым воздухом —  $t_y$ , то можно принять, что в среднем в единицу времени тормозная сила возрастает на величину  $b:t_y$ . Тогда для каждого момента времени  $t < t_y$  тормозная сила  $\Delta b$  получится из формулы

$$\Delta b = b \frac{t}{t_y}. \quad (r)$$

Подставляя значение  $\Delta b$  в формулу (B), получаем

$$c_t = \frac{bt^2}{2mt_y}. \quad (54)$$

В момент времени  $t$  тормозная сила вагона, номер которого  $\left(\frac{t}{\Delta t} + 1\right)$ ,

начинает действовать ранее, чем этот вагон столкнётся с вагонами, идущими впереди него,—так условились мы считать для области кривой  $OA$ . В момент времени, следующий за временем  $t$ , наступит начало столкновения группы вагонов с этим вагоном со средней потерей скорости  $c_t$ .

Потере скорости соответствует потеря относительного пути. Допустим, что  $\chi'$  является этой потерей пути в относительном движении всех заторможенных вагонов за время  $t$ , т. е., что

$$\frac{d\chi'}{dt} = \frac{t}{\Delta t} c_t.$$

Подставляя сюда вместо  $c_t$  его значение из (54) и умножая обе части указанного равенства на  $dt$ , получаем:

$$\frac{d\chi'}{dt} dt = \frac{t}{\Delta t} \frac{\Delta b t}{2m} dt,$$

а после интегрирования находим:

$$\chi' = \frac{\Delta b t^3}{6m\Delta t} + C.$$

Константа в данном случае будет равна нулю, ибо при  $t=0$  должен быть  $\chi$  также равен нулю. Следовательно,

$$\chi' = \frac{\Delta b t^3}{6m\Delta t}. \quad (55)$$

Коэффициенты  $\chi_A$  и  $t_A$  точки  $A$  на фиг. 21а должны удовлетворять уравнению (55). Поэтому можем написать:

$$\chi'_A = \frac{\Delta b t_A^3}{6m\Delta t}. \quad (д)$$

Количество вагонов, на которые распространилось торможение в момент времени  $t_A$  (соответствующему точке  $A$  диаграммы), равно  $\frac{t_A}{\Delta t}$ ; а так как все вагоны от головы поезда до точки  $A$  представляют собой группу столкнувшихся вагонов, у которых зазоры  $s_1$  в сцепках исчезли, и сумма их протяжённости равна  $\chi_A$ , то число вагонов в группе можно также выразить через  $\chi_A : s_1$ .

Таким образом, получаем равенство:

$$\frac{t_A}{\Delta t} = \frac{\chi_A}{s_1}, \quad (е)$$

где  $\chi_A$  представляет собой сумму всех исчезнувших зазоров в группе столкнувшихся вагонов. Наибольшее перемещение при исчезновении зазоров сделано первым вагоном, а остальные вагоны в группе перемещались на величины, последовательно убывающие до нуля. Поэтому можно считать, что центр тяжести группы вагонов переместился по направлению к ещё незаторможенным и не столкнувшимся вагонам на  $\frac{\chi_A}{2}$ .

Отсюда заключаем, что потеря в ходе для всех вагонов в группе, считая по среднему вагону, будет:

$$\chi'_A = \frac{\chi_A}{2} \frac{\chi_A}{s_1} = \frac{\chi_A^2}{2s_1}. \quad (ж)$$

Из трёх уравнений (д), (е) и (ж) можно определить  $\chi_A$  и  $t_A$ . Для этого надо в (д) вместо  $t_A$  подставить его значение из (е) и приравнять (ж). В результате получаем:

$$t_A = \frac{3ms_1}{\Delta b \Delta t_1}. \quad (56)$$

Подобно этому находим:

$$\chi_A = \frac{3ms_1^2}{\Delta b \Delta t^2}. \quad (57)$$

Номер вагона  $n_A$ , соответствующий на диаграмме в точке  $A$ , может быть определен как

$$n_A = \frac{\chi_A}{s_1} + 1 = \frac{3ms_1}{\Delta b \Delta t^2} + 1. \quad (58)$$

За точкой  $A$ , т. е. когда  $t > t_A$  (фиг. 21а), группа заторможенных вагонов теперь будет ударять уже в незаторможенные ещё вагоны.

б)  $t > t_A$ . Допустим, что точка  $A$  пройдена и что сжатая группа, состоящая из вагонов от 1 до  $n_A$ , ударяет в незаторможенный вагон  $n_A + 1$  в точке  $H$ , имеющей ординаты  $\chi$ ,  $t$ . Уравнение этой кривой за точкой  $A$  может быть составлено из уравнения количества движения:

$$m \frac{\chi}{s_1} c_t = \frac{1}{2} \Delta b \frac{t}{\Delta t} t.$$

Потерю скорости  $c_t$  можно заменить производной  $\frac{d\chi}{dt}$ , а перенося массу  $m$  и величину зазора  $s_1$  в правую часть, получим:

$$\chi \frac{d\chi}{dt} = \frac{\Delta b}{m} \frac{s_1}{2 \Delta t} t^2, \quad (3)$$

откуда, после интегрирования, имеем:

$$\chi^2 = \frac{\Delta b}{m} \frac{s_1}{\Delta t} \frac{t^2}{3} + \text{const.}$$

Если подставить в это уравнение вместо  $t$  и  $\chi$  значения  $t_A$  и  $\chi_A$  из (56) и (57), то константа превращается в нуль. Следовательно:

$$\left. \begin{aligned} \chi &= \sqrt{\frac{\Delta b s_1}{m \Delta t} \frac{t^3}{3}}; \\ t &= \sqrt[3]{\frac{3m \Delta t}{\Delta b s_1} \chi^2}. \end{aligned} \right\} \quad (и)$$

Подставляя величину  $t$  из уравнения (и) в уравнение (3) и решая последнее относительно  $\frac{d\chi}{dt} = c_t$ , находим:

$$c_t = \sqrt[3]{\frac{9}{8} \frac{\Delta b s_1 \chi}{m \Delta t}}.$$

Для вагона, номер которого  $n$ , величина  $\chi = ns_1$  и, следовательно,

$$c_t = \sqrt[3]{\frac{9}{8} \frac{\Delta b s_1^2 n}{m \Delta t}}. \quad (59)$$

Если  $\Delta t$  (время прохождения тормозной волны от вагона к вагону) выразить через скорость волны, т. е. считать, что

$$\Delta t = \frac{l}{w}, \quad (к)$$

где  $l$  — длина вагона, то из формулы (59) получим:

$$s_1 = \sqrt{\frac{8}{9} \frac{mlc_t^3}{\Delta bwn}}. \quad (60)$$

Здесь  $\Delta b$ , согласно формуле (г), будет:  $\Delta b = b \frac{t}{t_u}$ .

Время  $t$  может быть выражено подобно (к) через скорость тормозной волны:

$$t = n \Delta t = n \frac{l}{w},$$

где  $n$  — номер того вагона в поезде, где мы определяем реакцию. Поэтому можно написать, что

$$\Delta b = \frac{bnl}{t_u w}.$$

Подставляя это значение в формулу (60), получаем (для вагона  $n$ )

$$c_n = \sqrt[3]{\frac{9}{8} \frac{bs_1^2 n^2}{mt_u}}. \quad (61)$$

Если наполнение тормозного цилиндра происходит по какой-нибудь особой форме кривой, то для каждого  $t = n \Delta t$  надо по этой кривой определить  $\Delta b$  (пропорционально давлению воздуха в тормозном цилиндре) и тогда  $c_n$  найдётся по формуле (61).

Итак, если известен зазор сцепки  $s_1$  на вагон, то соответствующая скорость столкновения для данного количества вагонов  $n$  от головы поезда может быть рассчитана по формуле (59) или (61). Если же задана максимальная допускаемая скорость столкновения  $c_n$ , то по формуле (60) может быть определён допускаемый зазор для сцепок.

Нас интересует главным образом сила реакции, которая получается в любом месте поезда вследствие наличия зазоров в сцепках, т. е. та сила удара, которая происходит от столкновения группы уже столкнувшихся  $n$  вагонов со следующим вагоном.

По теореме Карно, потеря живой силы при ударе соответствует потеряннй скорости. Эта скорость у нас выражается формулой (61), а живая сила, или иначе, кинетическая энергия, соответствующая этой скорости, может быть определена посредством известной из курсов механики формулы неупругого удара

$$T = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)},$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы ударяющихся тел, а  $v$  — относительная потерянная скорость. В рассматриваемом нами случае сталкивается группа вагонов массы  $mn$  с одним вагоном массы  $m$ . Поэтому формула кинетической потерянной энергии будет:

$$T = \frac{m^2 n c_n^2}{2m(n+1)} = \frac{m c_n^2 \cdot n}{2(n+1)}. \quad (62)$$

Здесь  $T$  — потерянная на удар кинетическая энергия;

$m$  — масса одного вагона;

$n$  — число вагонов от головы до данного места;

$c_n$  — потерянная относительная скорость массы.

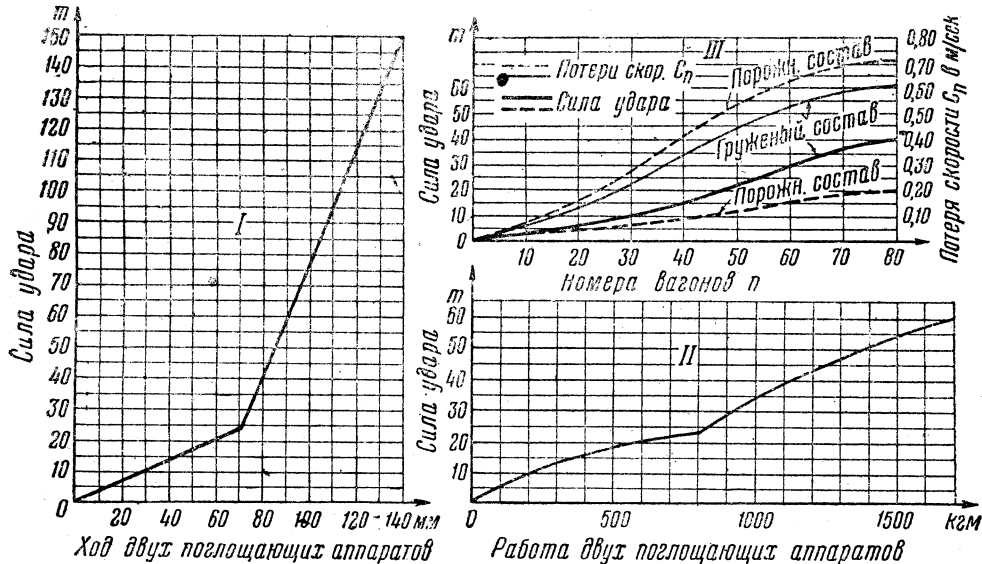
Зная потерянную кинетическую энергию при ударе, находим из диаграммы работы поглощающих аппаратов автосцепок (фиг. 22) силу удара.

Если поглощающие аппараты автосцепок имеют отдачу, например 50%, то, следовательно, 50% от найденной силы удара пойдёт на обратную разрывную реакцию.

Пример. Определить потерянные относительные скорости между вагонами, а также силы реакций между ними при торможении растянутого поезда, состоя-

щего из 80 четырёхосных вагонов, оборудованных тормозом системы Матросова. Известны следующие данные:

- $q_{пор}$  — вес порожнего вагона (округлённо) 20 т;
- $q_{гр}$  — вес гружёного вагона (в среднем) 60 т;
- $s_1$  — максимальный зазор в сцепках на вагон 40 мм;
- $b$  — тормозная сила вагона, считая нажатие колодок у порожнего вагона 13 000 кг и у гружёного 26 000 кг при коэффициенте трения  $\varphi = 0,15$ :  
 для порожнего вагона  $b_{пор} = 2\,000$  кг,  
 для гружёного вагона  $b_{гр} = 3\,900$  кг;
- $t_{ц}$  — время наполнения тормозного цилиндра сжатым воздухом 30 сек.;
- $w$  — скорость тормозной волны 150 м/сек.



Фиг. 22. Силовая характеристика пары поглощающих аппаратов автосцепок СССР

Определяем массу вагона:

$$m_{пор} = \frac{20\,000}{9,8} \approx 2\,000 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м};$$

$$m_{гр} = \frac{60\,000}{9,8} \approx 6\,000$$

Время прохождения тормозной волны от вагона к вагону при длине вагона 15 м

$$\Delta t = \frac{15}{150} = 0,1 \text{ сек.}$$

Теперь надо выяснить, в каком месте поезда находится точка А, в которой происходит обгон тормозной волны волной распространяющихся толчков. Координаты этой точки  $t_A$  и  $\chi_A$  определяются из формул (56) и (57):

$$t_A = \frac{3ms_1}{\Delta b \Delta t} \text{ и } \chi_A = \frac{3ms_1^2}{\Delta b \Delta t^2}.$$

Имеем при неполном торможении:

для порожнего состава при  $\Delta v = 1\,000$  кг

$$t_{A_{пор}} = \frac{3 \cdot 2000 \cdot 0,04}{1000 \cdot 0,1} = 2,4 \text{ сек.},$$

$$\chi_{A_{пор}} = \frac{3 \cdot 2000 \cdot 0,0016}{1000 \cdot 0,01} = 0,96 \text{ м};$$

для гружёного состава при  $\Delta v = 2000 \text{ кг}$

$$t_{A_{гр}} = \frac{3 \cdot 6000 \cdot 0,04}{2000 \cdot 0,1} = 3,6 \text{ сек.},$$

$$\chi_{A_{гр}} = \frac{3 \cdot 6000 \cdot 0,0016}{2000 \cdot 0,01} = 1,44 \text{ м}.$$

Номер вагона, соответствующий точке А, определяем по формуле (58)

$$n_A = \frac{\chi_A}{s_1} + 1;$$

для порожнего состава

$$n_{A_{пор}} = \frac{0,96}{0,04} + 1 = 25,$$

для гружёного состава

$$n_{A_{гр}} = \frac{1,44}{0,04} + 1 = 37.$$

Из этого усматриваем, что потерянные скорости  $s$  на удар надо определять в поезде за 25-м вагоном у порожнего состава и за 37-м вагоном у гружёного состава по формуле (61), а до этих вагонов по формуле (54).

Величины  $s$  для всех 80 вагонов порожнего и гружёного составов нанесены в виде диаграммы III на фиг. 22 (вверху тонкими линиями).

Кинетическая энергия удара  $T$  в любом месте поезда, определяемая по формуле (62), позволяет по диаграмме II (фиг. 22) установить силу удара. Величины этих сил нанесены на диаграмме III той же фигуры.

Удары эти являются добавочными силами реакций к чисто тормозным реакциям, определяемым по формулам, помещённым в табл. 1 на стр. 49. Их следует учитывать в тех случаях, когда известно, что торможение поезда производилось в момент растянутого его состояния.

### **в) Теоретическое исследование американской кривой трёхмерного темпа подъёма давления в тормозном цилиндре при экстренном торможении**

Форма кривой подъёма давления в тормозных цилиндрах (фиг. 23) состоит из следующих элементов: быстрое повышение давления до  $1,1 \text{ ат}$  — медленное до  $1,6 \text{ ат}$  — снова быстрое до полного давления в  $3,5 \text{ ат}$ .

Элементы рассматриваемой трёхмерной кривой не являются стандартными. Они зависят от характеристики автосцепки и от той условной длины поезда, для которой предназначается тормоз.

Для пояснения этой кривой предварительно познакомимся с характеристикой автосцепки.

По техническим условиям для последнего типа автосцепки СССР один поглощающий аппарат из всего своего хода в  $70 \text{ мм}$  должен дать половину хода в  $35 \text{ мм}$  при усилии  $25 \text{ т}$ , а остальную половину хода при усилии в  $150 \text{ т}$ . Для двух же сцепок в одном междувagonном пространстве, как показано на диаграмме фиг. 22, где ход двух аппаратов в  $70 \text{ мм}$  является обычным сжатием автосцепки при усилии  $25 \text{ т}$ , дальнейший ход поглощающих аппаратов ещё на  $70 \text{ мм}$  уже является «противоаварийным сжатием», парализующим работу опасного толчка или вообще ударной реакции значительно большей силы. Первая половина хода соответствует 25% всей мощности двух поглощающих аппаратов между двумя сцепленными вагонами, так что если вся мощность их в среднем равна  $3000 \times 2 \text{ кгм}$ , то на первой ступени расходуется только  $750 \times 2 \text{ кгм}$ . Что же касается жёст-



кости одного поглощающего аппарата, то на первой ступени его сжатия она округлённо равна  $694\,000\text{ кг/м}$ , как это видно из нижеследующего расчёта.

В соответствии с такой характеристикой работы автосцепки диаграмма давления воздуха в тормозном цилиндре в функции времени при экстренном торможении представляется в следующем виде.

Первая ступень торможения создаётся быстро с целью выигрыша времени, но такой величины давления, чтобы появившаяся в первой фазе торможения сила реакции сжатия не выходила за пределы первой ступени мощности автосцепки (фиг. 23). Затем происходит «задержка» быстрого повышения давления, которая должна длиться столько, сколько требуется для осуществления полного сжатия поезда. Когда это сжатие закончится и исчезнет опасность удара, тогда начнётся окончательный подъём давления в тормозном цилиндре до максимума; давление будет повышаться почти скачкообразно в виде второй ступени  $bc$ , что соответствует новой, но безударной, реакции в поезде, поглощаемой второй ступенью фрикционных аппаратов автосцепок, по линии  $ab$ .

Описанную выше кривую исследуем путём расчёта.

Задаёмся следующими условиями.

Тормоз предназначен для товарных поездов. Будем ориентироваться на гружёный состав в условиях железных дорог СССР.

$n$  — 75 четырёхосных вагонов (длина  $1\,125\text{ м}$ );

$x$  — нажатие тормозных колодок на четыре оси  $26\text{ т}$ ;

$z$  — максимальное давление в тормозном цилиндре  $3,8\text{ ат}$ ;

$t_1$  — время образования первого подъёма давления (скачка)  $1\text{ сек.}$ ;

$R_1$  — допускаемая реакция на первой ступени  $25\text{ т}$ ; определяется в зависимости от зазоров сцепки;

$R_2$  — допускаемая реакция на второй ступени кривой  $75\text{ т}$ ;

$\varphi$  — коэффициент трения тормозных колодок  $0,15$ ;

$t_s$  — время распространения тормозной волны при скорости  $220\text{ м/сек}$  и длине поезда  $1\,125\text{ м}$  —  $5\text{ сек.}$ ;

$q$  — вес вагона в гружёном состоянии  $60\text{ т}$ .

Поглощающий аппарат автосцепки двухступенчатый, согласно диаграмме фиг. 22.

$c_1$  — коэффициент жёсткости первой ступени

$$24\,300 : 0,035 = 694\,000\text{ кг/м.}$$

Требуется определить:

$t_2$  — время выдержки первой ступени;

$t_3$  — время для подъёма второй ступени максимального давления;

$z_1$  — величину давления первой ступени в начале неё;

$z_2$  — величину подъёма давления первой ступени в конце неё.

Эти величины вполне определяют форму кривой с практическими допусками закруглений вместо резких переломов её, как показано на фиг. 23.

1. Определим величину давления первой ступени диаграммы. Для этого проще всего воспользоваться формулой (52'), табл. 1, § 13:

$$R_{\max} = \frac{1}{4} \varphi x n,$$

Эта формула, как указывалось выше, выражает максимум статической реакции, так как первая ступень создаётся сразу, затем задерживается на своей величине и со скоростью тормозной волны, дойдя до середины поезда, создаёт в этот момент неравномерность в распределении тормозных сил, соответствующую тому, что вся первая половина поезда уже тормозится, а вторая ещё не тормозится. Только надо в этой формуле вместо полного нажатия тормозных колодок  $x$  подставить то нажатие, которое соответствует искомой ступени давления в тормозном цилиндре  $z$ . Назовём это нажатие  $x$  и пусть оно связано с полным нажатием равенством

$$\Delta x = \alpha x, \quad (a)$$

тогда формула (52'') примет вид:

$$R_{\max} = \frac{1}{4} \varphi \alpha x n.$$

Подставим в неё указанные в задании цифры и определим величину  $\alpha$ .

$$\alpha = \frac{4 \cdot 25}{0,15 \cdot 26 \cdot 75} = 0,34.$$

Значит, первая ступень давления в тормозном цилиндре должна быть

$$\Delta z_1 = 0,34 z = 0,34 \cdot 3,8$$

или

$$\Delta z_1 = 1,3 \text{ ат.} \quad (б)$$

Теоретически эта ступень должна быть «задержана» на этой высоте до тех пор, пока поезд не получит полное сжатие, как показано пунктиром на фиг. 23.

По соображениям неистощимости тормоза выдержка времени  $t_2$ , величину которого сейчас мы определяем, должна отличаться хотя бы медленным повышением давления от  $\Delta z_1$  до  $\Delta z_2$ , чтобы последнее в конце этой выдержки могло автоматически открыть широкую щель питания для быстрого подъёма давления по линии  $bc$ . Для этого сделаем небольшое отклонение от горизонтальной линии  $ab$ , так, чтобы разность давлений в конце и в начале этой ступени была, например,  $0,4 \text{ ат}$ . Значит, ступень должна начинаться давлением  $1,2$  и закончиться  $1,6 \text{ ат}$ . Запишем это

$$\Delta z_1 = 1,2 \text{ ат}; \quad \Delta z_2 = 1,6 \text{ ат.} \quad (в)$$

II. Установим теперь время «задержки»  $t_2$ , пока поезд закончит своё сжатие. Величина сокращения длины поезда от этого сжатия (назовём её  $l_{сж}$ ) равна сумм ходов всех поглощающих аппаратов в поезде. Наибольшая реакция и наибольшее сжатие получают в середине поезда, где реакция не должна превышать силу  $25 \text{ т}$  при ходе поглощающего аппарата в  $35 \text{ мм}$ . От середины в обе стороны поезда величина этого сжатия постепенно уменьшается, так что на концах поезда она равна нулю. Следовательно, сумма ходов всех аппаратов в поезде, количество которых равно 150, получается, если помножить среднюю величину хода между  $35\text{-мм}$  и нулём на число аппаратов

$$l_{сж} = \frac{35 \cdot 150}{2} = 2\,625 \text{ мм},$$

или округлённо —  $2,6 \text{ м}$ .

Скорость сжатия поезда определяется по формуле (41) § 13 (табл. 1)

$$v = \frac{2}{3} R_{к. см} \sqrt{\frac{1}{сг}}.$$

$R_{к. см}$  в нашем случае равно  $25 \text{ т}$ , или  $25\,000 \text{ кг}$ .

Жёсткость аппарата на первой ступени при его ходе  $35 \text{ мм}$  установлена заданием  $c_1 = 694\,000 \text{ кг/м}$ .

Массу вагона при его весе 60 000 кг примем равной 6 000 единиц. Поэтому

$$v = \frac{2}{3} \cdot 25\,000 \sqrt{\frac{1}{694\,000 \cdot 6\,000}} = \frac{16\,500}{64\,500} = 0,26 \text{ м/сек.}$$

Зная величину сжатия и скорость его, находим искомое время

$$t_2 = 2,6 : 0,26 = 10 \text{ сек.}$$

III. Наконец, требуется ещё определить время  $t_3$  второй ступени кривой, т. е. время подъёма давления от 1,5 до 3,8 ат по линии *bc*.

Для определения этого времени обратимся к формуле (46) § 13 (табл. 1)

$$R_{дин} = \frac{5}{12} x \varphi n \frac{t_в}{t_у},$$

откуда

$$t_у = \frac{5}{12} \frac{1}{R_{дин}} x \varphi n t_в. \quad (г)$$

В этой формуле нажатие тормозных колодок  $x$  надо взять не полное, а лишь ту величину, которая осталась после первой ступени, уже создавшей нажатие давлением воздуха в тормозном цилиндре согласно (в), т. е. на величину 3,8—1,6 = 2,2  $m$ , что составляет от полного

$$\frac{2,2}{3,8} = 0,58.$$

Подставляя в (г) цифры из задания и последнюю величину 0,58 при  $x$  для определения оставшейся величины нажатия, имеем:

$$t_3 = \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{75} \cdot 0,58 \cdot 26 \cdot 0,15 \cdot 75 \cdot 5,$$

откуда

$$t_3 = 4,8 \text{ сек.}$$

плюс поправка на затухание темпа наполнения цилиндра по пунктирной кривой

$$t_4 = 1 \text{ сек.}$$

Итак, все элементы кривой найдены:

$t_1$  — время скачка давления первой ступени — 1 сек.;

$t_2$  — время «задержки» первой ступени — 10 сек.;

$t_3$  — время образования второй ступени до полного торможения — 4,8 сек.;

$\Delta z_1$  — начальное давление 1-й ступени — 1,2 ат;

$\Delta z_2$  — конечное давление 1-й ступени — 1,6 ат.

Отсюда полное время на осуществление экстренного торможения

$$t_у = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \approx 17 \text{ сек.}$$

Допустив величину реакции на первой ступени не 25  $m$ , а больше,  $t_у$  получилось бы меньше.

Если принять во внимание большую тщательность опытов, произведённых в США для определения формы этой кривой, в которой  $\Delta z_1$  менялось от нуля до 2 ат, а  $t_2$  — от нуля до 20 сек., и что в конечном результате получились те же цифры, которые даёт приведённый расчёт, то это указывает, с одной стороны, на правильность формул, полученных на основании теории, и, с другой — на возможность без повторных опытов произвести расчёт кривой для любого задания в отношении длины поезда, времени распространения тормозной волны и характеристики поглощающих аппаратов автосцепок.

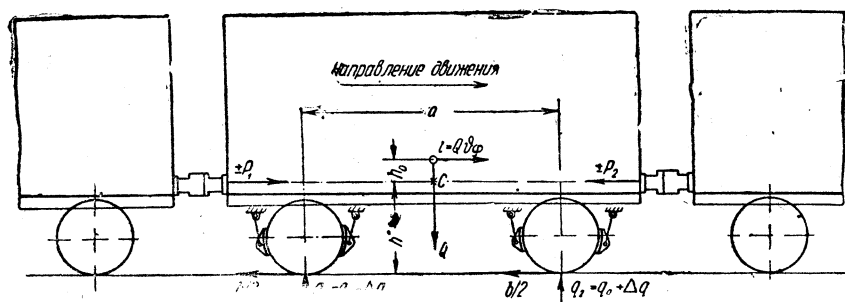
## § 15. ДАВЛЕНИЯ КОЛЁС НА РЕЛЬСЫ ВО ВРЕМЯ ТОРМОЖЕНИЯ

### а) Двухосный вагон

На изменение величины давлений колёс на рельсы во время торможения влияют силы — тормозные, инерционные и реакции между сцепными приборами. Из этого следует, что нельзя рассматривать вагон в изолированном виде.

На фиг. 24 изображён двухосный вагон с примыкающими к нему соседними вагонами поезда. В этом случае во время торможения на вагон действуют следующие силы:

- 1) слева и справа — реакции сцепок  $P_1$  и  $P_2$ ;
- 2) между колёсами и рельсами в продольном направлении взаимодействуют силы сцепления;
- 3) в виде отвесных реакций со стороны рельсов действуют силы  $q_1$  и  $q_2$ , которые во время торможения неодинаковы, поэтому обозначим их через  $q_0 \pm \Delta q$ , где  $q_0$  — реакция при отсутствии торможения;
- 4) инерционное действие массы вагона  $i$  в виде равнодействующей, приложенной к центру тяжести его.



Фиг. 24. Давления колёс двухосного вагона на рельсы во время торможения

Составим уравнение моментов относительно поперечной оси  $C$ , лежащей на высоте расположения сцепных приборов. Это удобно в том отношении, что исключаются из рассмотрения силы  $P_1$  и  $P_2$ , действующие со стороны соседних вагонов.

Из остальных сил нам неизвестна величина инерционной силы  $i$  вагона, но её можно определить из общей инерционной силы всего поезда, которая, конечно, равна и противоположна его тормозной силе

$$Q_1 \vartheta \phi,$$

где  $Q_1$  — вес поезда,  $\vartheta$  — тормозной коэффициент поезда, а  $\phi$  — коэффициент трения колодок при данной скорости. Если эту силу отнести к одной тонне веса поезда, то она будет равна:

$$\vartheta \phi, \quad (a)$$

а для веса  $Q$  тонн рассматриваемого нами вагона

$$i = Q \vartheta \phi. \quad (б)$$

Полезно запомнить, что инерционная сила любой детали поезда или любого предмета и груза в нём, имеющего вес  $Q$ , при торможении равна величине (б), выражаемой в любых единицах веса. Остальные действующие силы можно считать известными, как заданные, за исключением искомой величины  $\Delta q$  для одной оси и перегрузки на ту же величину для другой оси. Эти давления колёс на рельсы и равные им реакции рельсов на колёса левой и правой осей будут

$$q_1 = q_0 - \Delta q$$

и

$$q_2 = q_0 + \Delta q.$$

Составляем уравнение моментов относительно оси  $C$  (фиг. 24):

$$bh + Q\vartheta \varphi h_0 + \frac{a}{2}(q_0 - \Delta q) - \frac{a}{2}(q_0 + \Delta q) = 0,$$

откуда

$$\Delta q = \frac{bh + Q\vartheta \varphi h_0}{a}. \quad (63)$$

Тормозную силу  $b$  можно выразить через произведение силы нажатия тормозных колодок  $x$  на коэффициент трения  $\varphi$ , тогда получаем:

$$-\Delta q = \frac{\varphi(xh + Q\vartheta h_0)}{a}. \quad (64)$$

У двухосных вагонов эта разгрузка примерно следующая. Если  $Q = 25 \text{ т}$ ,  $\vartheta = 0,4$ ,  $x = 12 \text{ т}$ ,  $\varphi = 0,2$ ,  $a = 4,8 \text{ м}$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  $h_0 = 0,5 \text{ м}$ , то

$$\Delta q = \frac{0,2(12 \cdot 1 + 25 \cdot 0,4 \cdot 0,5)}{4,8} = 0,7 \text{ т}.$$

Что по сравнению с давлением колёс на рельсы, когда вагон стоит, составляет

$$\frac{\Delta q}{q_0} = \frac{0,7}{12,5} = 0,056,$$

или

$$\Delta q = 0,056 q_0, \quad (65)$$

т. е. задняя ось вагона во время торможения разгружается по сравнению с нормальным её давлением на рельсы на 5,6%.

#### б) Четырёхосный вагон

У этого вагона нельзя обобщать тележку с кузовом, так как ввиду отсутствия жёсткой связи между ними опрокидывающий момент тележек не передаётся на кузов.

Рассматривая кузов вагона, необходимо прежде всего выяснить, какая получается разгрузка  $\Delta Q$  задней тележки при торможении.

Составляем уравнение моментов сил, действующих на кузов, относительно поперечной оси  $C$ , лежащей в плоскости сцепных приборов и по середине вагона (фиг. 25)

$$Q\vartheta \varphi h_0 + bh_1 + \frac{A}{2}\left(\frac{Q}{2} - \Delta Q\right) - \frac{A}{2}\left(\frac{Q}{2} + \Delta Q\right) = 0,$$

где  $Q\vartheta \varphi$  — инерционная сила  $i$  тяжести, согласно (б);

$b$  — тормозная сила вагона, передающаяся на оба шкворня тележек по  $\frac{1}{2} b$ ;

$Q$  — сила тяжести кузова вагона вместе с грузом;

$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} Q - \Delta Q \\ \frac{1}{2} Q + \Delta Q \end{array} \right\}$  — отвесные реакции шкворневых пятников, на левой и правой тележках.

Моменты сил  $P_1$  и  $P_2$  равны нулю.

Заменяя тормозную силу  $b$  её значением  $x\varphi$  и производя сокращения, получаем

$$Q\vartheta \varphi h_0 + x\varphi h_1 - A\Delta Q = 0,$$

откуда

$$\Delta Q = \frac{Q\vartheta \varphi h_0 + x\varphi h_1}{A}. \quad (в)$$

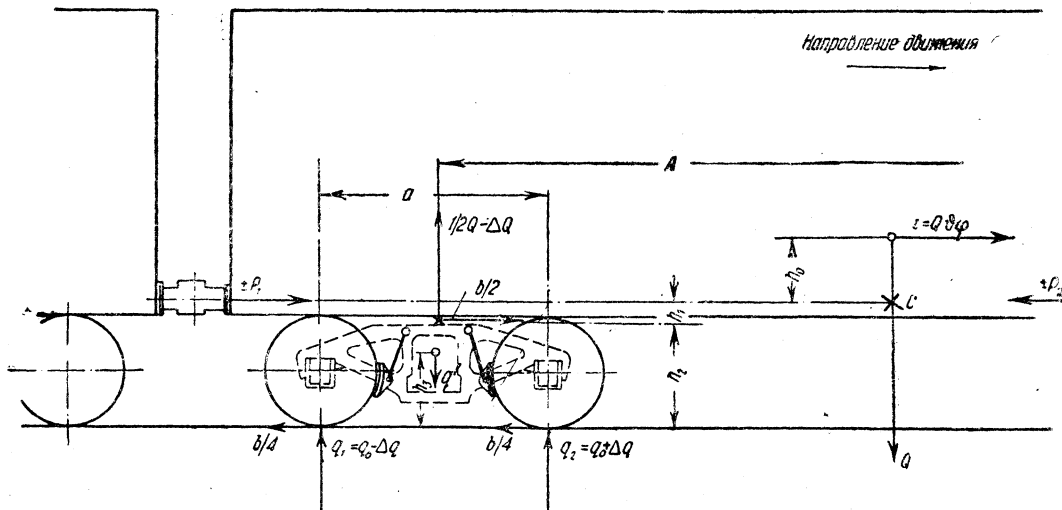
Такую разгрузку получает левая тележка, а перегрузку — правая.

Теперь рассмотрим самую тележку.

На неё действуют силы:

1. Инерционная сила  $q \vartheta \phi$  в центре тяжести тележки.
  2. Тормозные силы двух осей в сумме  $\frac{1}{2}b$  в точках касания колёс с рельсами.
  3. Горизонтальная реакция от кузова на шкворень тележки, равная и обратная тормозной силе  $\frac{1}{2}b$ .
  4. Вертикальные реакции рельсов на колёса  $q_0 - \Delta q$  и  $q_0 + \Delta q$  (как у двухосного вагона и без учёта разгрузки  $\Delta Q$ ).
  5. Сила тяжести тележки  $q'$ .
- Составляем уравнение моментов относительно осевой линии, проходящей через шкворень, перпендикулярно к плоскости чертежа:

$$[q' \vartheta \phi (h_2 - h_3) + \frac{b}{2} h_2 + \frac{a}{2} (q_0 - \Delta q) - \frac{a}{2} (q_0 + \Delta q)] = 0.$$



Фиг. 25. Давление колёс четырёхосного вагона на рельсы во время торможения

Заменяя тормозную силу  $b$  произведением  $x \phi$  и делая сокращения, получаем

$$q' \vartheta \phi (h_2 - h_3) + x \phi h_2 - a \Delta q_{(2)} = 0,$$

откуда

$$\Delta q = \frac{q \vartheta \phi (h_2 - h_3) + x \phi h_2}{a}. \quad (\Gamma)$$

На такую величину получается разгрузка задней оси от действия пока только самой тележки.

Чтобы определить полную разгрузку задней оси задней тележки по ходу поезда, надо к величине (г) прибавить величину (в), уменьшенную вдвое, ввиду того, что разгрузка  $\Delta Q$  от кузова на шкворне тележки относится к двум осям, а нам нужна величина разгрузки только одной оси.

Итак, имеем

$$\Delta Q + \Delta q = \frac{Q \vartheta \phi h_0 + x \phi h_1}{2A} + \frac{q' \vartheta \phi (h_2 - h_3) + x \phi h_2}{a}$$

или

$$\Delta q_0 = \vartheta \phi \left[ \frac{Q h_0}{2A} + \frac{q' (h_2 - h_3)}{a} \right] + x \phi \left( \frac{h_1}{2A} + \frac{h_2}{a} \right). \quad (66)$$

Пример.

Вес гружёного вагона $Q + 2q'$	60 т;
вес кузова с грузом $Q$	50 т;
вес каждой тележки $q'$	5 т;
тормозной коэффициент поезда $\vartheta$	0,4;
коэффициент трения колодок $\varphi$	0,15;
нажатие колодок на ось 6,5 т, а на все четыре оси $x$	26 т;
расстояние между шкворнями тележек $A$	8,5 м;
база тележки $a$	1,8 м.

Плечи моментов (фиг. 25):

$$h_0 = 0,5 \text{ м}; \quad h_1 = 0,3 \text{ м}; \quad h_2 = 0,77 \text{ м}; \quad h_3 = 0,60 \text{ м};$$

Подставляя заданные цифры в формулу (66), получаем

$$\Delta q_0 = 0,4 \cdot 0,15 \left( \frac{50 \cdot 0,5}{2 \cdot 8,5} + \frac{5 \cdot (0,77 - 0,60)}{1,8} \right) + \\ + 26 \cdot 0,15 \left( \frac{0,3}{2 \cdot 8,5} + \frac{0,77}{1,8} \right)$$

или

$$\Delta q_{ep} = 0,12 + 1,73 = 1,85 \text{ т.} \quad (67)$$

Относя это к давлению одной колёсной пары на рельсы  $q_0 = 15 \text{ т}$ , при отсутствии торможения, имеем:

$$\Delta q_{ep} = \frac{1,85}{15} q_0 = 0,12 q_0, \quad (68)$$

т. е. разгрузка задней оси задней тележки по ходу поезда при торможении на гружёном режиме составляет 12%.

При порожнем режиме, когда:

$Q = 10 \text{ т}$ ;  $x = 14 \text{ т}$  и  $h_0 = 0,25 \text{ м}$ , разгрузка получается

$$\Delta q_0 = 0,4 \cdot 0,15 \left[ \frac{10 \cdot 0,25}{2 \cdot 8,5} + \frac{5 (0,77 - 0,60)}{1,8} \right] + \\ + 14 \cdot 0,15 \left( \frac{0,3}{2 \cdot 8,5} + \frac{0,77}{1,8} \right)$$

или

$$\Delta q_{nop} = 0,03 + 0,935 = 0,97 \text{ т.}$$

Относя к давлению колёсной пары на рельсы  $q_0 = 5 \text{ т}$ ,

$$\Delta q_{nop} = \frac{0,97}{5} = 0,19, \quad (68')$$

т. е. разгрузка задней оси при порожнем режиме торможения порожнего вагона составляет 19%.

Полученные результаты не являются постоянными; они могут изменяться в зависимости от веса груза, тормозного коэффициента, коэффициента трения колодок и от высоты центра тяжести кузова вагона.

#### в) Силы, действующие на заторможенное колесо, и реакция подшипника

Ставим перед собой задачу выявления всех сил, действующих на колесо тормозной оси во время торможения, чтобы затем определить реакцию подшипника.

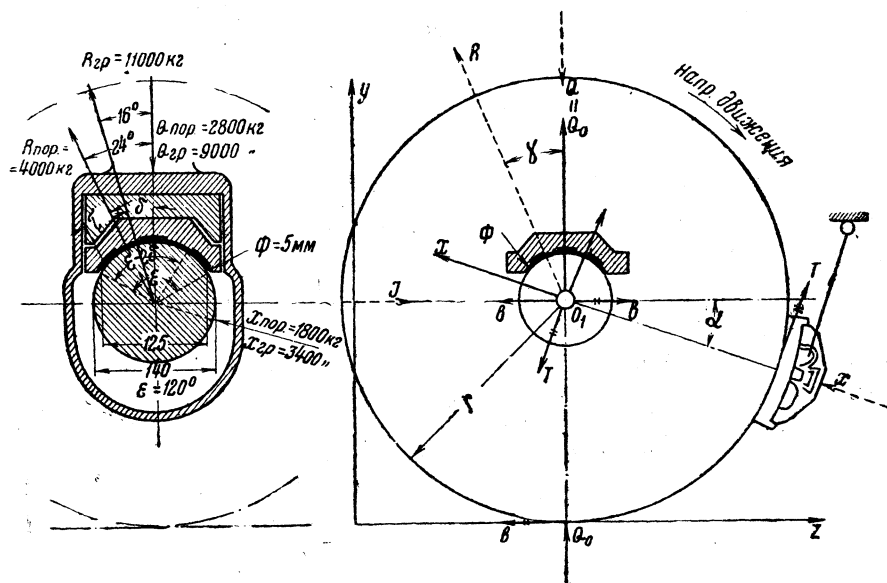
Для этого будем рассматривать одностороннее торможение, т. е. такое, когда колесо снабжено тормозной колодкой только с одной стороны. В этом случае, как известно, получается наиболее невыгодная работа колеса при его движении в сторону подвеса колодки.

При этих условиях на колесо действуют следующие силы (фиг. 25а):

- 1) сила реакции рельса  $Q_0$ ;
- 2) сила нажатия тормозной колодки  $x$ ;
- 3) сила сцепления колеса с рельсом  $b$ ;
- 4) сила трения колодки о колесо  $T$ .

Если поезд при торможении получает замедление, то самое колесо (с приходящейся на его долю частью оси) развивает вращательную инертную силу, направленную в сторону движения (т. е. против силы трения колодки о колесо). Однако эта сила, 25—35 кг в зависимости от величины замедления, приведённая к ободу колеса, уравнивается силой трения подшипника. Поэтому мы не допустим заметной ошибки, если эту силу и силу трения подшипника в данном случае не будем учитывать.

Суммарное действие указанных выше четырёх сил уравнивается реакцией подшипника, которая складывается из следующих факторов:



Фиг. 25а. Силы, действующие на заторможенное колесо

5) веса нагрузки  $Q$ , приходящейся на колесо;

6) инерционной силы массы этой нагрузки  $I$  (если поезд идёт с замедлением). В случае же если поезд движется с равномерной скоростью на уклоне, тогда действует составляющая сила тяжести.

Силы  $Q_0$ ,  $x$ ,  $b$  и  $T$  приводим к центру колеса, причём силы  $Q_0$  и  $x$  просто переносим по направлению их действия, а остальные, поскольку их направления не проходят через центр колеса, приводим по способу Пуансо, прикладывая условно к центру по две взаимно уравнивающиеся силы, равные и параллельные приводимым, т. е.  $T$  и  $b$ . Получившиеся при этом пары ( $bb$ ) и ( $TT$ ) взаимно уравниваются (они на чертеже перечёркнуты) и никакого воздействия на подшипник не производят. В результате мы получили в центре колеса силы  $b$  и  $T$ , присоединяя к которым перенесённые силы  $Q_0$  и  $x$ , можем найти интересующий нас главный вектор всех этих сил  $R$ .

Для вычисления его воспользуемся методом проекций сил на взаимно перпендикулярные оси  $y$ ,  $z$ .

Сумма проекций составляющих сил на какую-нибудь ось равна проекции вектора их на ту же ось. Величина проекции каждой из сил найдётся, если умножить их натуральные величины на косинус угла, образуемого направлением сил с данной осью (или на синус дополнительного угла).



Обозначая проекции главного вектора на ось  $z$  через  $R_z$  и на ось  $y$  через  $R_y$ , имеем:

$$R_z = T \sin \alpha - b \cos 0^\circ - Q \cos 90^\circ - x \cos \alpha;$$

$$R_y = T \cos \alpha + b \cos 90^\circ + Q \cos 0^\circ + x \sin \alpha.$$

Так как  $\cos 90^\circ = 0$ , а  $\cos 0^\circ = 1$ , то полученные выражения можно упростить

$$R_z = T \sin \alpha - b - x \cos \alpha; \quad (69)$$

$$R_y = T \cos \alpha + Q + x \sin \alpha, \quad (70)$$

где  $\alpha$  — угол направления силы нажатия колодок по отношению к горизонтальной оси.

Найдя величины проекций главного вектора  $R_z$ ,  $R_y$ , находим его натуральную величину  $R$  по формуле:

$$R = \sqrt{R_z^2 + R_y^2}. \quad (71)$$

Направление же его, которое нас особенно интересует, определяется углом, образованным им с осью  $y$ . Так, если имеем:

$$R_y = R \cdot \cos (RO_1y),$$

то, называя угол  $(RO_1y)$  через  $\delta$ , получаем

$$\delta = \arccos \frac{R_y}{R}. \quad (72)$$

Формулами (69), (70), (71) и (72) определяются величина и направление искомой силы давления шейки оси на подшипник.

Если затем нам известен угол  $\varepsilon$  обхвата шейки оси подшипником при симметричной нагрузке, то при несимметричной нагрузке, отклонённой на угол  $\delta$ , угол уравновешенного обхвата уменьшается на  $2\delta$  (что видно из чертежа фиг. 25а). Поэтому, найдя направление давления шейки оси на подшипник, принимаем зону распространения этого давления симметрично в обе стороны с одной стороны до края подшипника и с другой — на ту же величину по направлению к другому краю. Подробнее это показано на примере ниже.

Из фиг. 25а непосредственно видно, что наибольшее отклонение реакции получается тогда, когда нажатие колодки происходит с передней стороны колеса относительно направления движения его, так как в этом случае сила нажатия  $x$  и сила сцепления  $b$  однозначны. В том случае, если нажатие колодки осуществляется с задней стороны, отклонение реакции подшипника от вертикали уменьшается.

Зная угол отклонения равнодействующей силы, можно определить симметрично расположенную рабочую площадь косо нагруженного подшипника. Кроме того, по данной силе и взятой скорости при среднем коэффициенте трения смазанной шейки легко установить, какой должен быть обхват шейки оси подшипником, чтобы обеспечить устойчивое состояние последнего во время торможения.

**Пример.** Посмотрим, какие отклонения в нагрузке получает подшипник буксы колеса в тележке Даймонда при полном торможении на порожнем и гружёном режимах. Известно, что тара вагона 22 т; грузоподъёмность 50 т; нажатие всех колодок на бандаж: при порожнем режиме 14 800 кг, при гружёном режиме 27 200 кг; коэффициент трения колодок примем в среднем при благоприятных условиях 0,2; угол направления сил нажатия колодок

$$\alpha = 17^\circ; \quad \sin \alpha = 0,29; \quad \cos \alpha = 0,96.$$

Соответственно этим данным имеем:

Реакция рельса на одно из восьми колёс порожнего вагона:

$$Q_{пор} = \frac{22\,000}{8} \approx 2\,750 \text{ кг},$$

гружёного вагона

$$Q_{гр} = \frac{72\,000}{8} = 9\,000 \text{ кг}.$$

Нажатие колодки на одно колесо при порожнем режиме

$$x_{пор} = \frac{14\,800}{8} \approx 1\,800 \text{ кг}.$$

При гружёном режиме

$$x_{гр} = \frac{27\,200}{8} = 3\,400 \text{ кг}.$$

Сила трения колодки при порожнем режиме

$$T_{пор} = 1\,800 \cdot 0,2 = 360 \text{ кг}.$$

При гружёном режиме:

$$T_{гр} = 3\,400 \cdot 0,2 = 680 \text{ кг}.$$

Сила сцепления колеса с рельсом равна силе трения колодки, поэтому

$$b_{пор} = 360 \text{ кг};$$

$$b_{гр} = 680 \text{ кг}.$$

Определяем по формулам (69), (70) и (71) величину реакции и её направление (фиг. 25а).

Проекция этой реакции на ось  $z$ :

$$R_z = T \sin \alpha - b - x \cos \alpha.$$

Для порожнего режима

$$R_{z\,пор} = 360 \cdot 0,29 - 360 - 1\,800 \cdot 0,96 = -1\,980 \text{ кг}.$$

Для гружёного режима

$$R_{z\,гр} = 680 \cdot 0,29 - 680 - 3\,400 \cdot 0,96 = -3\,740 \text{ кг}.$$

Проекция реакции  $R$  на ось  $y$ :

$$R_y = T \cos \alpha + Q + x \sin \alpha.$$

Для порожнего режима

$$R_{y\,пор} = 360 \cdot 0,96 + 2\,750 + 1\,800 \cdot 0,29 = 3\,600 \text{ кг}.$$

Для гружёного режима:

$$R_{y\,гр} = 680 \cdot 0,96 + 9\,000 + 3\,400 \cdot 0,29 = 10\,500 \text{ кг}.$$

По формуле (71) находим величину реакции подшипника

$$R = \sqrt{R_z^2 + R_y^2}.$$

Для порожнего режима

$$R_{пор} = \sqrt{-1\,980^2 + 3\,600^2} = 4\,000 \text{ кг}.$$

Для гружёного режима

$$R_{гр} = \sqrt{-3\,740^2 + 10\,500^2} = 11\,000 \text{ кг}.$$

Сравнивая  $Q_{пор}$  и  $Q_{гр}$  с нормальными нагрузками на шейку оси или, что то же самое, с реакциями рельсов (без учёта веса колёсной пары), мы видим, что перегрузка для порожнего вагона составляет

4 000 — 2 750 = 1 250 кг, или 43%:  
для гружёного вагона

11 000 — 9 000 = 2 000 кг, или 22%.

Наконец, определяем угол наклона реакции  $R$  по формуле (72)

$$\delta = \arccos \frac{R_y}{R};$$

для порожнего режима

$$\delta_{пор} = \arccos \frac{3\,660}{4\,000} = \arccos 0,913;$$

$$\delta_{пор} = 24^\circ;$$

для гружёного режима

$$\delta_{гр} = \arccos \frac{10\,500}{11\,000} = \arccos 0,96;$$

$$\delta_{гр} = 16^\circ.$$

Полученные результаты нанесены слева на фиг. 25а, представляющей собой разрез буксы.

Чтобы закончить выяснение влияния косых сил на подшипник, находим расстояния по дуге цилиндрической части подшипника от сил  $R_{пор}$  и  $R_{гр}$  до ближайшего края подшипника.

Если угол обхвата шейки подшипником при отвесном направлении сил равен  $\varepsilon$ , а затем сила отклоняется на угол  $\delta$ , то новый угол обхвата равен  $\varepsilon - 2\delta$  (фиг. 25а). Значит, если  $\varepsilon = 120^\circ$ , а  $\delta$  равна в одном случае  $24^\circ$  (порожний вагон) и в другом  $16^\circ$  (гружёный вагон), то расстояния от края подшипника в том и другом случае, при диаметре шейки 140 мм, будут

$$\tau = \frac{(\varepsilon - 2\delta)\pi d}{2 \cdot 360} - \Phi,$$

где  $d$  — диаметр шейки, а  $\Phi$  — величина фаски (холодильника для захвата смазки). Беря цифры из чертежа, получаем:

$$\tau_{пор} = \frac{(120 - 2 \cdot 24) \cdot 3,14 \cdot 140}{2 \cdot 360} - 5 \approx 38 \text{ мм};$$

$$\tau_{гр} = \frac{(120 - 2 \cdot 16) \cdot 3,14 \cdot 140}{2 \cdot 360} - 5 \approx 48 \text{ мм}.$$

Такое близкое расстояние действия силы от края подшипника вызывает сомнение в отношении устойчивого состояния шейки в подшипнике во время торможения. Шейка может выкатиться из подшипника под влиянием трения если коэффициент трения меньше тангенса половины центрального угла обхвата шейки<sup>1</sup>, т. е. при порожнем режиме

$$\varphi < \operatorname{tg} \frac{38 \cdot 360}{\pi \cdot 140} = \operatorname{tg} 30^\circ$$

или

$$\varphi < 0,5.$$

<sup>1</sup> См. § 21 «Степень устойчивости юза».

Из этого следует, что при смазанной шейке, когда коэффициент трения не больше 0,1, выхода шейки из подшипника не получится, что и подтверждается на практике во время стоянки поезда. Однако во время движения поезда, когда колесо получает продольные удары на стыках и находится в состоянии дрожания вследствие заедания тормозной колодки, а сам вагон получает толчки от соседних вагонов, — то в этих случаях расстояние в 38 мм от места приложения равнодействующей реакции до края подшипника является малым.

И действительно, на практике при полных и экстренных торможениях, шейки осей колёсных пар смещаются со своих мест, выходя из подшипников на значительную величину.

Отсюда делаем вывод, что дуги обхватов подшипников осей товарных большегрузных вагонов с односторонним нажатием колодок на колёса следует делать больше, чем это принято по фиг. 25а.

---

---

---

## ГЛАВА ВТОРАЯ

### ТЕОРИЯ СУХОГО ТРЕНИЯ В ПРИЛОЖЕНИИ ЕЁ К ВОПРОСАМ ТОРМОЖЕНИЯ ПОЕЗДА

#### § 16. СОВРЕМЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ СУХОГО ТРЕНИЯ

В основе тормозных устройств, предназначенных для железнодорожных поездов и других видов транспорта, лежит трение. Всё остальное в этих устройствах является лишь вспомогательными средствами, необходимыми для того, чтобы подчинить работу трения воле человека, например, тормозная колодка является первым непосредственным элементом, вызывающим трение на вращающемся колесе; рычажная передача и тормозные цилиндры обеспечивают нажатие тормозной колодки, без которого трение неосуществимо; все остальные устройства предназначены для управления силой трения в отношении величины и времени её действия.

Если бы торможение производилось не посредством трения, а каким-нибудь другим способом, то тормозные устройства были бы совсем другого рода.

Всё это, конечно, общеизвестно и упоминается здесь лишь с той целью, чтобы подчеркнуть громадное значение трения в тормозном деле вообще и на железнодорожном подвижном составе в особенности.

На первый взгляд может показаться, что самая природа трения и его законы настолько просты и общеизвестны, что о них едва ли можно сказать больше того, что сказано в курсах физики или теоретической и прикладной механики.

Однако это далёко не так. Теория трения до сих пор не разработана. Если и имеются попытки построить теорию трения, то, во-первых, у разных авторов они противоречивы, а во-вторых, в основу теории кладётся бесплодное представление о неровностях и шероховатостях, задерживающих скольжение одной поверхности по другой, без малейшей тенденции оправдать затраченную работу на трение.

Вообще же вопросам сухого трения уделяется недостаточное внимание. Так, например, в «Курсе теоретической механики» профессоров Л. Г. Лойцянского и А. И. Лурье (ГОНТИ НКТП, 1938 г., 2-е изд., ч. I, стр. 37 и ч. II, стр. 62) в основу изучения трения берутся устаревшие законы, установленные французским физиком Кулоном в 1784 г. По этим законам коэффициенты трения зависят только от материала и от шероховатости поверхности, в то время как достоверно известно, что коэффициенты трения зависят и от других существенных обстоятельств, в особенности от скорости и удельного давления. Что же касается шероховатости поверхности, то при сухом трении это имеет только начальное значение, так как при некоторой продолжительности или повторяемости трения поверхность сглаживается сама собой вследствие взаимной притирки трущихся тел.

Ещё более поверхностное отношение к вопросам трения показывает следующее место во второй части того же курса (стр. 62), где говорится, что, «желая затормозить поезд, мы тормозим бегущие колёса, заставляем их скользить по рельсам, и за счёт появляющегося трения скольжения при большом весе поездного состава получаем большую тормозящую силу».

Не говоря о практической недопустимости такого способа торможения, уже с точки зрения эффективности его такое торможение даёт (вследствие скольжения колёс по рельсам) меньшую тормозную силу, чем та, которая имеет место при нормально применяемом способе, за счёт трения тормозных колодок о колёса при их полном вращении без скольжения.

Это не единственный пример поверхностного отношения к вопросам трения. В «Технической механике» (Э. К. Дрезен, В.И. Сергеев и др., 1931 г.; НКТП, изд. 1-е, ч. II), на стр. 49 сказано: «... знаменитый Вестингауз нашёл, что коэффициент трения чугунной тормозной колодки о бандаж вагонного колеса принимает следующие значения: при  $v=27$  м/сек,  $f=0,048$ , при  $v=13$  м/сек  $f=0,128$  и т. д. Это обстоятельство имеет большое значение при торможении поезда: чтобы возможно скорее остановить поезд, надо прижимать колодки тормоза к бандажу колеса не сразу, а постепенно, так как в последнем случае скорость скольжения колеса о рельс будет меньше, а коэффициент трения, а стало быть, и сила трения, будет больше».

Полное противоречие с практикой.

Такие примеры показывают, насколько ещё вопросы трения и торможения мало изучены. В большинстве же случаев в курсах теоретической механики эти вопросы даже не включаются в содержание дисциплины.

Не может быть сомнения, что все эти противоречивые данные должны быть изъяты из технической литературы как устаревшие.

Различия во взглядах на теорию сухого трения в значительной степени могут быть объяснены преобладанием эмпирических методов исследования и отсутствием теоретического объяснения законов трения.

Не изучив же истинной физической природы трения, не зная, как теоретически объяснить найденные опытом зависимости между силой трения, с одной стороны, и скоростью, силой нажатия, твёрдостью материала и пр., — с другой, невозможно рассчитывать на техническое и экономическое совершенствование тормозных устройств.

В этом случае единственно возможный путь сводится к методу проб, как это и было осуществлено в США, где в специальной лаборатории в течение десятка лет изыскивалась и, наконец, была введена как стандарт тормозная колодка с меньшим износом и большим коэффициентом трения.

Американский специалист тормозного дела Ф. В. Сергент, работая в течение многих лет над улучшением типа тормозной колодки, нашёл пути к повышению коэффициента трения и уменьшения износа колодки почти вдвое. Его исследования по приблизительным подсчётам позволили сократить расход металла на тормозные колодки до 200 000 т в год, что равняется весу более 1 000 паровозов.

Практическое изучение трения тормозных колодок начато было ещё в половине прошлого столетия французскими инженерами Боше и Пуаре. Затем в 1878 г. широкие опыты производились в Англии капитаном Дугласом Гальтоном вместе с Дж. Вестингаузом по определению коэффициентов трения между тормозными колодками и колёсами, а также между колёсами и рельсами при скольжении.

Опыты дали богатый материал, который не потерял ценности до настоящего времени. Он заслуживает внимания в том отношении, что получен в условиях натурального движения подвижного состава по рельсовому пути.

Кроме того, имеются результаты лабораторных испытаний модели тормозной колодки в одну треть натуральной величины на таком же малом колесе, полученные в тормозной лаборатории в Грюнвальде (Германия) инженером Мецковым; опубликованный им материал требует, однако, поправочных коэффициентов.

Лабораторные испытания с тормозными колодками и колесом в натуральную величину имели место также в Иллинойском университете в Пардью (США).

Перевод отчёта по этой работе выполнен проф. В. Ф. Егорченко и издан Всесоюзным научно-исследовательским институтом железнодорожного транс-

порта (ЦНИИ) в 1937 г. под названием «Трение железнодорожных тормозных колодок» (вып. 33-й).

Наконец, в СССР в 1936 г. на опытном кольце ЦНИИ производились всесторонние испытания для изучения коэффициентов трения тормозных колодок с товарными двух- и четырёхосными вагонами, отчёт о которых опубликован в трудах ЦНИИ, 1938 г., вып. 59-й.

Наиболее важные результаты перечисленных выше опытов помещены ниже.

## **§ 17. ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ ПО ТРЕНИЮ ТОРМОЗНЫХ КОЛОДОК**

### **а) Общие сведения**

При разработке теории трения в основу были положены опытные данные из практики. Ввиду этого целесообразно предварительно познакомиться с этими данными в том объёме, какой для этого требуется.

В этом параграфе собраны диаграммы, таблицы и выдержки из отчётов по определению зависимости величины коэффициента от различных факторов и условий. Материал заимствовался из четырёх упомянутых выше источников: опытов Гальтона в Англии, Мецкова в Германии, Иллинойского университета в Америке и Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (ЦНИИ) в СССР.

Все данные по своим закономерностям согласуются между собой, но отличаются по абсолютным величинам, что объясняется, во-первых, тем, что применялись различные материалы тормозных колодок и колёс, и, во-вторых, условия опытов были неодинаковы. Одни опыты производились в условиях, приближающихся более к эксплуатационным, другие — к лабораторным. Последние не могут дать натуральных результатов, ввиду чего требуется критическое отношение к ним.

В нижепомещаемых диаграммах приводятся зависимости коэффициентов трения от скорости для нескольких нажатий на тормозную колодку. Раньше (до 1930 г.) обращалось внимание на коэффициент трения тормозных колодок только при одной величине нажатия, соответствующей полному торможению, и считалось, что этого для практики достаточно.

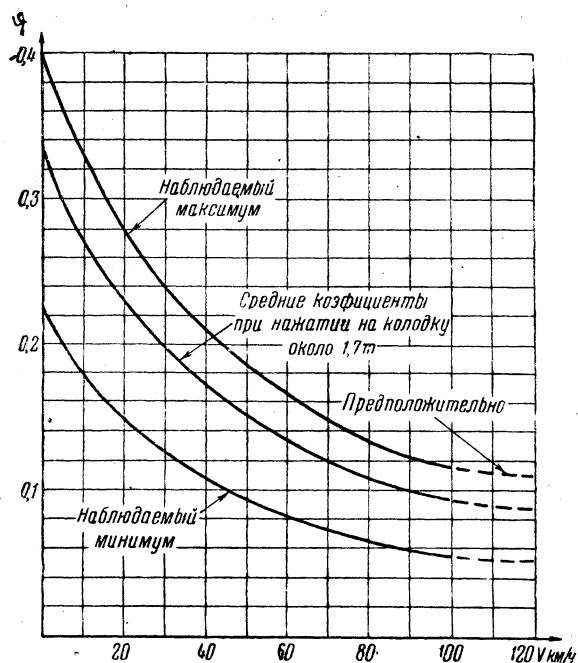
Вопрос о зависимости коэффициента трения от величины нажатия возник в связи с появлением потребности тормозить скоростные поезда при повышенных нажатиях тормозных колодок на колёса с последующим автоматическим переходом на понижение нажатия при низких скоростях. Интерес в этом отношении вызвало также применение гружёного и порожнего режимов торможения в товарных поездах.

Кроме диаграмм, составленных на основании результатов лабораторных и путевых испытаний, ниже приводятся и сравниваются диаграммы, построенные по формулам.

### **б) Коэффициент трения тормозных колодок по опытам Гальтона**

На фиг. 26 представлена диаграмма, дающая зависимость коэффициентов трения от скорости по опытам Гальтона (1878 — 1879 гг.) (величины нажатий на тормозную колодку не указаны: Гальтон не замечал зависимости коэффициента трения от силы нажатия). На диаграмме даны три кривые, как максимальные, минимальные и средние коэффициенты трения. Средняя кривая получилась в результате наиболее часто применявшихся режимов торможения.

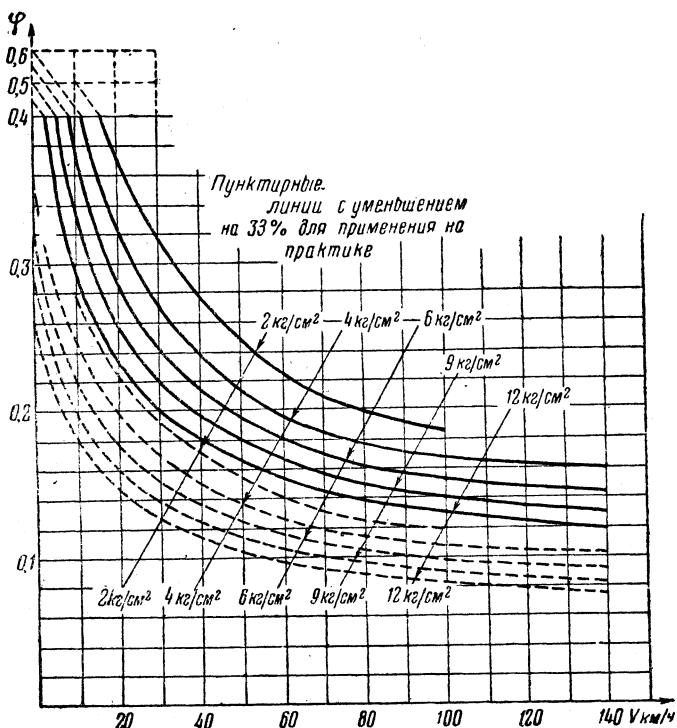
По поводу этих опытов Гальтон указывает, что всё время имелись налицо не поддающиеся учёту погрешности (вероятно, вследствие различных величин нажатий на колодки). Ввиду этого он ограничился лишь установлением фактов, полученных из опытов, и воздержался от вывода законов трения, выразив уверенность, что вопрос о трении в будущем получит более полное освещение.



Фиг. 26. Коэффициенты трения по опытам Гальтона 1878 г.

#### в) Коэффициент трения тормозных колодок по опытам Мецкова

На фиг. 27 изображены кривые коэффициентов трения в зависимости от скорости и силы нажатия по опытам инженера М. Мецкова <sup>1</sup>. Опыты



Фиг. 27. Коэффициенты трения модели тормозной колодки по опытам Мецкова

<sup>1</sup> Опубликовано 1 апреля 1925 г. и в декабре 1926 г. в журнале «Glaser's Annalen».



производились с моделью в одну треть величины натуральной тормозной колодки.

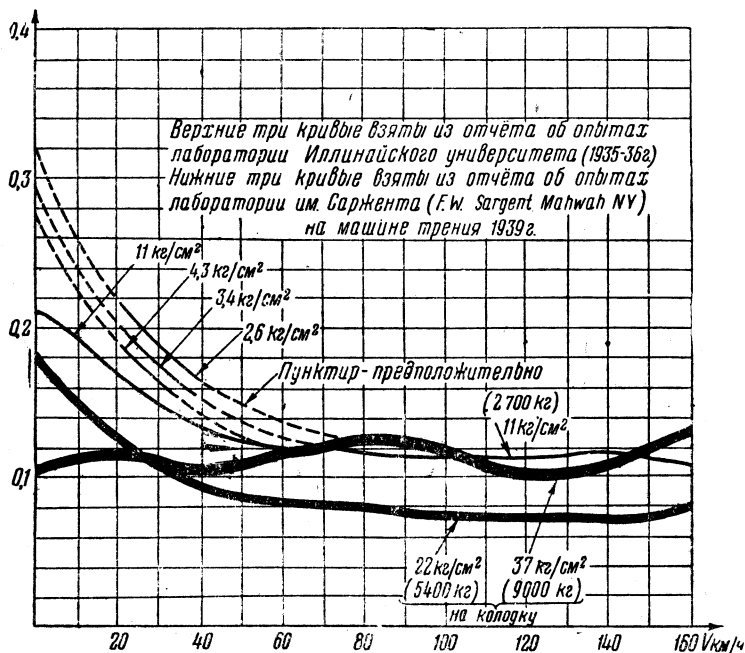
Испытание такой модели не могло дать близких к действительности данных, однако позволило установить ряд важных зависимостей коэффициента трения от скорости, от величины нажатия, температуры и твёрдости материала.

Для того чтобы кривыми можно было пользоваться практически, их ординаты следует уменьшать на 33%, чтобы приблизить их величины к реальным, например, по данным ЦНИИ, приведённым ниже на фиг. 36. Кривые Мецкова с таким уменьшением ординат показаны на фиг. 27 пунктиром.

Кривые Мецкова позволили лабораторно проверить, как изменяется коэффициент трения и как ведёт себя тормозная колодка при высоких скоростях порядка 140—160 км/ч. В этом состоит их положительная сторона. Недостаток же заключается в том, что нажатия на колодку не превосходили  $12 \text{ кг/см}^2$ , в то время как при высоких скоростях требуется доводить их до значительно большей величины, например до  $25 \text{ кг/см}^2$ .

#### г) Коэффициент трения тормозных колодок по американским данным

На фиг. 28 мы видим диаграмму зависимости коэффициента трения чугунных тормозных колодок на стальных колёсах от скорости и нажатия по данным лаборатории Иллинойского университета (верхние три кривые) и лаборатории им. Сержента (нижние три кривые).



Фиг. 28. Коэффициенты трения чугунных тормозных колодок на стальных колёсах по американским данным

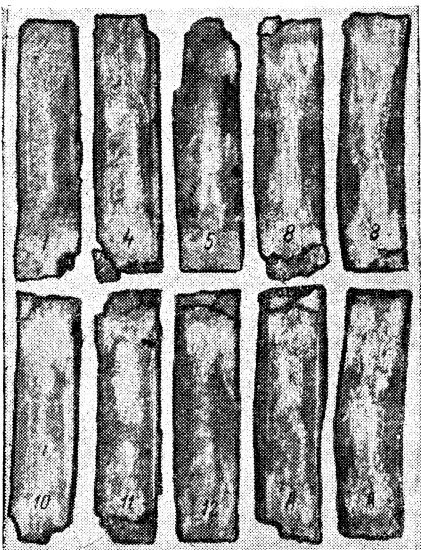
Обширные опыты лаборатории, описанные в бюллетене № 257 Иллинойского университета (перевод с английского в трудах ЦНИИ 1937 г., вып. 33-й), по своей методике и программе отличаются от описанных выше. Результаты их воспроизведены на диаграмме для трёх нажатий: 2,6, 3,4 и  $4,3 \text{ кг/см}^2$ . Течение кривых для больших и меньших скоростей показано пунктиром (предположительно).

Остальные опыты производились преимущественно по методу нахождения среднего коэффициента трения при торможениях на остановку путём вычисления отношения затраченной кинетической энергии к произведению пройденного пути

какой-нибудь отмеченной точкой на ободке колеса на силу нажатия колодки.

Полученные кривые в общем немного лишь отличаются от кривых аналогичных опытов Гальтона, Мецкова и др.

Большой интерес представляют нижние три кривые, изображающие зависимость коэффициента трения от больших нажатий и высоких скоростей, когда мощность работы трения доходит до 12 000 и даже до 17 000  $\text{кгм/сек}$  при нажатии 9 000  $\text{кг}$  на колодку и при скорости 160  $\text{км/ч}$ . Коэффициенты трения при последних условиях показаны на диаграмме самой жирной линией. Количество тепла, выделявшегося при таком трении, доходило до 30—40  $\text{кал}$  в секунду, причём тормозная колодка настолько раскалялась, что во время опытов от неё постоянно отрывались расплавленные частицы металла; поверхность трения свидетельствовала о начале разрушения материала из-за высокой температуры и большого нажатия.



Фиг. 29. Состояние тормозных колодок после опытов

На бандажах при таком напряжении работы тормозной колодки появлялись поперечные трещины длиной от 10 до 75  $\text{мм}$ , не выходящие, однако, за пределы поверхности трения. Глубина их доходила от 3 до 5  $\text{мм}$ . Трещины обычно проявлялись после окончания опыта во время остывания колеса, сопровождались громким звенящим звуком. На поверхности трения бандажа обнаруживался также местами крепко приваренный металл колодки.

При нажатии на колодку силой больше 6 000  $\text{кг}$  (30  $\text{кг/см}^2$ ) получаются совсем иные зависимости коэффициентов трения от скорости, чем те, которые были ранее рассмотрены при меньших нажатиях. Оказывается, что в этих случаях, как это видно из диаграммы, коэффициенты трения иногда бывают выше, чем при меньших нажатиях, например при 27 000  $\text{кг}$  (11  $\text{кг/см}^2$ ). А в общем коэффициент

трения при нажатиях от 6 000 до 9 000  $\text{кг}$ , колеблясь по величине в небольших пределах, остаётся почти постоянным при всех скоростях от 160  $\text{км/ч}$  до 0.

Такие резкие изменения законов трения при больших давлениях и высоких скоростях объясняются началом текучести и изменения поведения материала колодки. На фиг. 29 показано состояние нескольких колодок после опытов с большим нажатием до 9 000  $\text{кг}$  и при больших скоростях. Почти у всех колодок концы разрушены. Это разрушение наступало преимущественно тогда, когда колодка изнашивалась до минимальной допускаемой величины.

Так как вопрос о большом нажатии тормозной колодки при высокой скорости имеет важное значение при проектировании тормозов для скоростных поездов, то не лишним будет привести здесь следующие выдержки из выводов тормозной лаборатории им. Сержента.

1. Трещины на поверхности трения бандажа или обода стального колеса имели место тогда, когда нажатие тормозной колодки составляло 37  $\text{кг/см}^2$  при высоких скоростях 140—160  $\text{км/ч}$ , а «волчки» от приваренного материала колодки обнаруживались, когда нажатия на колодку при тех же скоростях достигали 39—40  $\text{кг/см}^2$ .

Чтобы избежать того и другого, нажатия должны быть такой величины, чтобы при заданной наивысшей скорости не превышать работы трения 15 000  $\text{кгм/сек}$ .

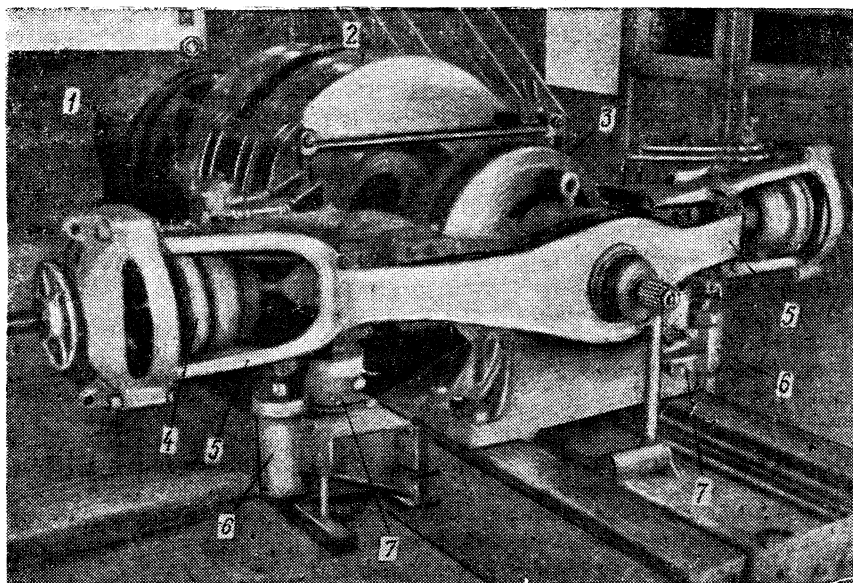
2. Но чтобы износ тормозной колодки был более или менее нормальным, последняя должна нагружаться работой трения, не превышающей эффекта в 12 000  $\text{кгм/сек}$ .

3. Для получения достаточно устойчивой по износу и прочной чугунной тормозной колодки последняя должна быть армирована стальной арматурой в виде решётки внутри и пластины на спинке. Эта арматура должна быть предварительно облужена, а расплавленный чугун перегрет для получения прочной спайки и монолитности.

4. Твёрдость колодки по Бринеллю рекомендуется доводить от 220 до 240 при твёрдости обода колеса 240—300 единиц.

В последнее время развитие высоких скоростей пассажирских и товарных поездов в США выдвинуло на одно из первых мест вопрос о тормозах. В этом вопросе большое внимание уделяется тормозной колодке.

Немалый интерес представляет собой огромной мощности американская машина трения, посредством которой были получены вышеуказанные результаты по испытанию тормозных колодок при высоких скоростях.



Фиг. 30. Машина трения для испытания тормозных колодок в лаборатории им. Саржента при Иллиноиском университете

Такая машина (фиг. 30) установлена в опытной лаборатории им. Сер-жента.

Она воспроизводит современные условия торможения поезда с любой нагрузкой на колесо и при любой скорости в пределах от нуля до 240 км/ч. Минимум нагрузки на колесо 1 800 кг и максимум — 18 000 кг. Тормозные колодки могут быть прижаты к колесу вагона с максимальной силой 25 000 кг. Измерительные приборы установлены в особой кабине управления машиной; они отмечают нажатия колодок и тангенциальные силы трения их с точностью до 1%.

Машина состоит из следующих частей: на общем валу, установленном на роликовых подшипниках, насажены вагонное колесо 3 и семь тяжёлых неодинакового веса маховых дисков 2; на конце вала за дисками находится мотор 7. Диски заменяют собой часть массы вагона и груза, приходящуюся на одно колесо; вес этих дисков рассчитан так, что во время вращения вместе с колесом они дают эквивалентную величину кинетической энергии поезда. Изменение нагрузки на колесо достигается посредством выключения или включения требуемого числа маховых дисков. Благодаря различным весам последних можно получить 26 комбинаций нагрузок. При остановке мотора вал выключается от него автоматически при помощи особой муфты сцепления, и тогда колесо с нагрузкой вращается по инерции.

Две тормозные колодки, расположенные на диаметрально противоположных сторонах колеса, прижимаются к последнему посредством цилиндров 4—4, работающих сжатым воздухом. Тормозные колодки укреплены в специальные башмаки, снабжённые мессдозами для определения силы нажатия на них.

Цилиндры и башмаки с колодками укреплены на концах массивного коромысла 5—5, качающегося в центре на роликовых подшипниках на выступающем конце общего вала за пределами коренного подшипника. Для удержания коромысла 5 в горизонтальном положении под ним поставлены пружинные амортизаторы 6—6, а для измерения тангенциальных сил, развивающихся благодаря трению колодок, под каждым плечом коромысла помещены гидравлические мессдозы 7—7, причём всегда одна из них находится в состоянии сжатия, а другая — растяжения. Мессдозы выдерживают тангенциальные силы до 5 500 кг при диаметре колеса около 850 мм и в состоянии выдержать двойную нагрузку.

Машина снабжена самопишущими приборами измерения, работающими непрерывно во всё время торможения. В диаграммных записях отмечаются силы нажатия каждой тормозной колодки, силы трения и длины тормозных путей. Величина силы трения определяется высотой диаграммы, а тормозной путь — длиной её. На диаграмме также отмечается величина замедления в милях в час.

Предусмотрены отдельные записи давлений воздуха в тормозных цилиндрах для проверки нажатия колодок. Время отмечается на ленте интервалами в 0,5 сек.

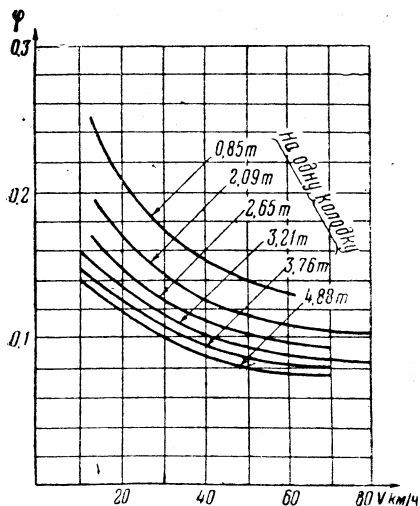
Имеются также два скоростемера: первый всё время показывает скорость машины в оборотах в 1 мин., второй (чрезвычайно точный) может быть пущен в действие, когда машина движется с определённой скоростью.

Давление воздуха в главном резервуаре компрессорной установки поддерживается на высоте около 30 ат, что при диаметре тормозных цилиндров 12" даёт возможность получить большие нажатия колодок.

Электромотор постоянного тока 230 в максимальной скоростью 1 500 об/мин., мощностью 175 ЛС.

#### д) Коэффициент трения тормозных колодок по опытам ЦНИИ

В 1936 г. на опытном кольце ЦНИИ проф. В. Ф. Егорченко производил опыты с тормозными колодками разных типов, на товарных четырёхосных и двухосных вагонах.



Фиг. 31. Коэффициенты трения стандартной тормозной колодки СССР по опытам ЦНИИ

Кривизна рельсового пути не влияла на результаты опытов, так как радиус опытного кольца был сравнительно большой — около 950 м; дополнительное сопротивление от кривой было определено опытным путём и учтено при выводе формулы коэффициентов трения колодок.

Из этих опытов был получен большой материал и сделаны важные выводы.

1. Тормозной путь поезда в значительной степени зависит от качества материала и размеров тормозных колодок.

2. Как общее правило, повышение твёрдости чугуна колодки сопровождается уменьшением коэффициента трения и уменьшением износа.

3. Увеличение поверхности соприкосновения колодки с колесом ведёт к увеличению коэффициента трения и уменьшению износа.

4. Чугунные колёса повышают коэффициент трения тормозных колодок на малых скоростях и понижают при больших.

5. Снабжение колодки гребневым охватом (охватывающим гребень колеса) повышает коэффициент трения колодки, но незначительно (2—5%).

В этих опытах определялась зависимость коэффициента трения от скорости и нажатия 18 типов колодок для 35 комбинаций и трёх типов колёс. Одна из диаграмм этих опытов представлена на фиг. 31; она характеризует наиболее распространённую на железных дорогах СССР стандартную тормозную колодку длиной 430 мм.

Кривые, изображённые на диаграмме, подтверждают характер зависимости коэффициентов трения от скорости и нажатия, полученных ранее из американских и немецких опытов. Однако более близкое сходство они имеют с кривыми Гальтона (фиг. 26), в особенности при малых нажатиях колодок. Объясняется это тем, что как те, так и другие испытания производились не в лабораториях, а на рельсовых путях в натуре.

#### е) Зависимость коэффициента трения от начальной продолжительности трения

Если произвести нажатие тормозной колодки на колесо при поддержании постоянной скорости, то сила трения, а следовательно, и коэффициент трения, в течение некоторого времени от начала торможения будут уменьшаться.

На фиг. 32 показана зависимость по опытам Гальтона величины коэффициента трения от продолжительности торможения в течение первых 10—20 сек. при пяти скоростях: 32, 43, 60, 76 и 97 км/ч. Из этой диаграммы видно, что уменьшение коэффициента трения тем продолжительнее и больше, чем меньше скорость.

Например, при скорости 32 км/ч коэффициент трения падает в течение 20 первых секунд на величину 0,08, а при скорости 97 км/ч в течение первых 10 сек. всего на 0,03.

На фиг. 33 изображена диаграмма (тоже из опытов Гальтона), из которой видно, что, несмотря на уменьшающуюся скорость, коэффициент трения в течение 24 сек. не повышается, как это по закону зависимости от скорости должно быть, а остаётся всё время одинаковым и даже немного понижается. Это явление объясняется тем, что после начатого торможения коэффициент трения имеет некоторое стремление вначале уменьшаться.

Таким образом, две зависимости, — одна от скорости, другая от продолжительности, — друг друга почти компенсируют, а по истечении некоторого времени вторая зависимость исчезает и остаётся только первая, как показано пунктиром, за пределами диаграммы.

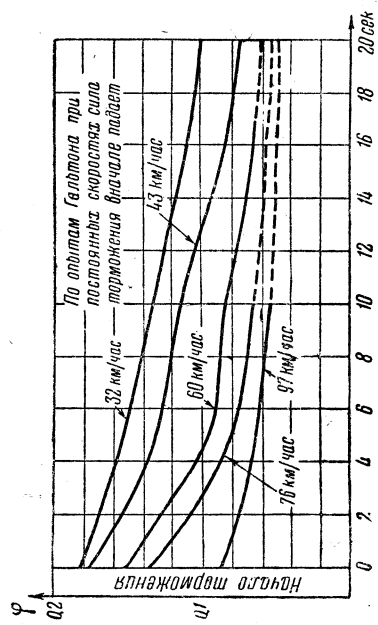
Закон зависимости коэффициента трения от продолжительности торможения обнаруживается также и в опытах Мецкова. Однако в его отчёте нет прямых указаний на это.

Из некоторых диаграмм (фиг. 34) можно усмотреть: участок опытной ленты в промежутке времени между 60 и 73 сек. захватил понижение коэффициента трения при постоянной скорости. Нетрудно догадаться, что это понижение началось от начала торможения, как показано (предположительно) на левом обрезке ленты.

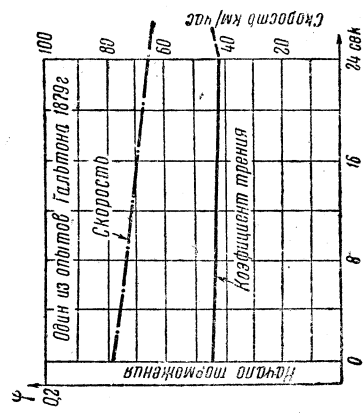
Этот же закон подтверждается и американскими опытами. Однако надо иметь в виду, что тормозные колодки, армированные включениями стальных решёток, в большинстве случаев дают сначала повышение тормозной силы; колодки же без включений при постоянной скорости сразу обнаруживают понижение коэффициента трения (см. фиг. 35).

Такое различие можно объяснить, вероятно, тем, что армированная колодка состоит из разнородных материалов.

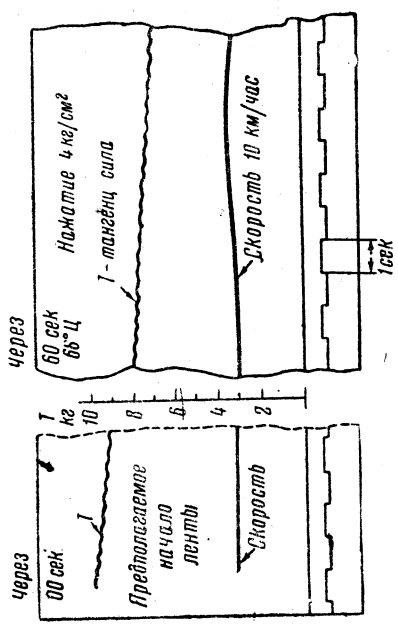
Закон зависимости коэффициента трения от продолжительности трения, относящийся, правда, только к началу всякого торможения, несколько усложняет вопрос о законе зависимости силы трения от скорости и силы нажатия на колодку.



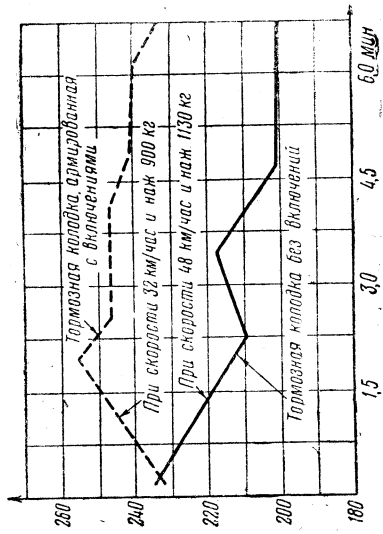
Фиг. 32. Зависимость коэффициента трения от начальной продолжительности торможения



Фиг. 33. Начальное падение коэффициента трения компенсируется повышением его вследствие замедления скорости



Фиг. 34. Падение коэффициента трения в начале торможения при постоянной скорости по опытам Мецкова



Фиг. 35. Колебания тормозной силы в начале торможения по американским диаграммам

### ж) Зависимость коэффициента трения от нагрева тормозной колодки

При исследовании влияния температуры на коэффициент трения в опытах Мецкова было установлено, что коэффициент трения с повышением температуры не понижается, а как будто слегка увеличивается.

Для примера приведём следующие опытные показатели для скоростей 60 и 100 км/ч и нажатий 4, 6, 9 и 12 кг/см<sup>2</sup> (см. табл. 2). При начальных и конечных температурах  $t_n$  и  $t_k$  коэффициенты трения соответственно обозначены  $\varphi_n$  и  $\varphi_k$ .

Таблица 2

Отношения величин коэффициентов трения при равных температурах тормозной колодки

Нажатия на колодку Температуры Скорость км/ч	4 кг/см <sup>2</sup>			6 кг/см <sup>2</sup>			9 кг/см <sup>2</sup>			12 кг/см <sup>2</sup>		
	$t_n$	$t_k$	$\frac{\varphi_n}{\varphi_k}$	$t_n$	$t_k$	$\frac{\varphi_n}{\varphi_k}$	$t_n$	$t_k$	$\frac{\varphi_n}{\varphi_k}$	$t_n$	$t_k$	$\frac{\varphi_n}{\varphi_k}$
60	100°	680°	0,877	100°	550°	0,850	125°	600°	0,752	250°	650°	0,843
100	100°	350°	0,914	200°	300°	0,877	275°	375°	0,800	375°	400°	0,867

Опыты в тормозной лаборатории при Иллинойском университете (США) подтверждают эти данные полностью. Помещаем выдержку из отчёта по этим опытам (перевод в «Трудах ЦНИИ», 1937 г., вып. 33-й, стр. 84).

«Среди железнодорожников широко распространено мнение что при продолжительном торможении происходит понижение тормозных качеств колодки, причём предполагается, что коэффициент трения значительно падает вследствие нагревания колодки и колеса. Опыты этой серии были предприняты для проверки правильности этого мнения. Можно установить, что результаты опытов не подтвердили этого мнения» (при 15-минутных непрерывных торможениях при разных скоростях и нажатиях).

При этих опытах сравнивались коэффициенты трения кратковременных торможений — от 0,5 до 1,0 мин. — с коэффициентами трения при 15-минутном непрерывном торможении.

Разница в коэффициенте в сторону повышения при 15-минутных торможениях, при которых происходил весьма большой нагрев колодок до тёмно-красного каления, была в среднем около 12%.

Таким образом, результаты опытов приводят к заключению, что нагрев колодок повышает коэффициент трения. И в этом, как указывается в отчёте, нет ничего удивительного, так как из практики известно, что при более мягком материале, хотя бы одной из трущихся поверхностей, при сухом трении коэффициент его больше, чем при твёрдом материале. Так как длительное трение, нагревая тормозные колодки до высокой температуры, размягчает их, то естественно, коэффициент трения их должен соответственно повышаться.

Наконец, по опытам Центрального исследовательского отделения подвижного состава Национального общества французских железных дорог в 1937 г. (опубликовано в журнале «Les chemins de fer» от 1 июля 1938 г., инж. Педлюк) комиссия констатирует, что «при испытании тормозов на затяжных уклонах обнаружена независимость коэффициента трения от температуры в измерявшихся пределах от 100 до 700° при помощи термоэлектрических пар, так что при езде по длинному уклону нет основания опасаться ослабления тормозной силы по причине нагрева колодок».

### з) Влияние влажности на величину коэффициента трения

Инж. Мецковым были проделаны опыты, определяющие влияние влажности на коэффициент трения между тормозными колодками и колёсами при различных удельных давлениях и скоростях. Во время опытов колесо трения

искусственно смачивалось водой. Результаты этих опытов в виде средних величин даны в табл. 3, в которой цифры с минусами означают число процентов уменьшения коэффициента трения по сравнению с сухими колодками, а цифры с плюсами — увеличение его. Например, при  $x = 6 \text{ кг/см}^2$  и  $v = 25 \text{ км/ч}$  коэффициент трения при мокрых колодках, как показывает таблица, на 18,7% менее, чем при сухих.

Таблица 3.

Изменения коэффициентов трения в процентах при влажных тормозных колодках по сравнению с сухими

Удельное давление в $\text{кг/см}^2$	$v = 25 \text{ км/ч}$	$v = 60 \text{ км/ч}$	$v = 100 \text{ км/ч}$
	В п р о ц е н т а х		
5	— 14,1	— 15,6	+ 15,2
6	— 18,7	— 11,8	+ 24,2
12	— 16,9	+ 3,2	+ 22,7

Характерно, что при высоких скоростях, например при  $100 \text{ км/ч}$ , коэффициент трения при мокрых колодках выше, чем при сухих.

### и) Коэффициенты трения, получаемые по формулам

На основании произведенных в 1936 г. широких тормозных опытов на опытном кольце ЦНИИ была составлена следующая формула<sup>1</sup> для вычисления коэффициента трения в зависимости от скорости и от нажатия на тормозную чугунную колодку стандартного размера:

$$\varphi = 0,6 \frac{16K + 100}{80K + 100} \cdot \frac{V + 100}{5V + 100}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  — искомый коэффициент трения;

$K$  — сила нажатия на одну колодку в  $t$ ;

$V$  — скорость поезда в  $\text{км/ч}$ .

Формула эта представлена графически на фиг. 36. Она эмпирическая — даёт результаты, вполне приемлемые для практики.

Другие формулы, предлагаемые автором настоящего труда, выведены на основании теоретического исследования.

Вывод и разбор их даны в следующем параграфе. Одна формула представлена в явной зависимости коэффициента трения  $\varphi$  от силы нажатия  $x$  на одну колодку (в  $t$ ) при любых скоростях  $V$  (в  $\text{км/ч}$ )

$$\varphi = \frac{17}{\sqrt{x}(V + 40)}; \quad (2)$$

другая формула, полученная из этой же, предназначена для так называемых «приведённых нажатий»  $K$ . Она служит, по существу, как формула средних коэффициентов трения колодок для всего поезда:

$$\varphi = \frac{12}{V + 40}. \quad (3)$$

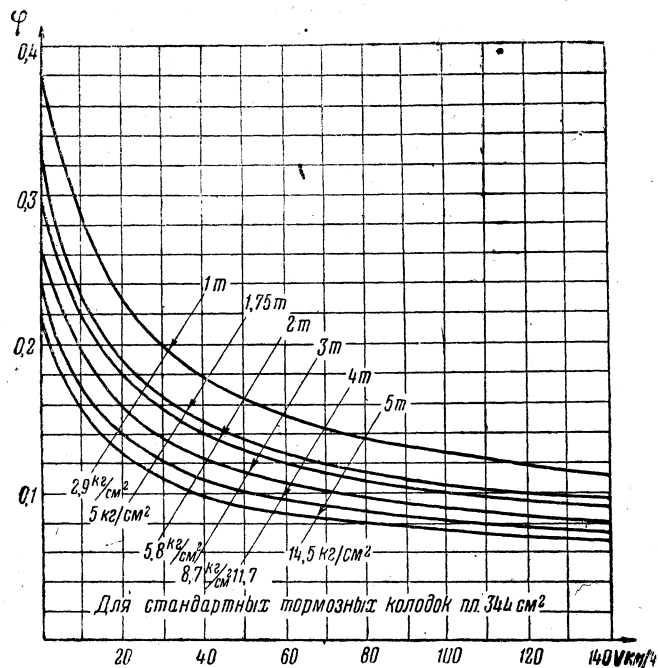
В этих двух формулах имеется в виду площадь стандартной тормозной колодки  $43 \times 8 = 344 \text{ см}^2$ . При других размерах колодки надо пользоваться формулой (19) (см. § 18), в которой  $x$  является не общим давлением на колодку, а удельным, отнесённым к одному квадратному сантиметру площади трения, т. е.  $\Delta x$ .

Формула (3) удобна для практического применения, позволяя легко и быстро узнать величину коэффициента трения для заданной скорости.

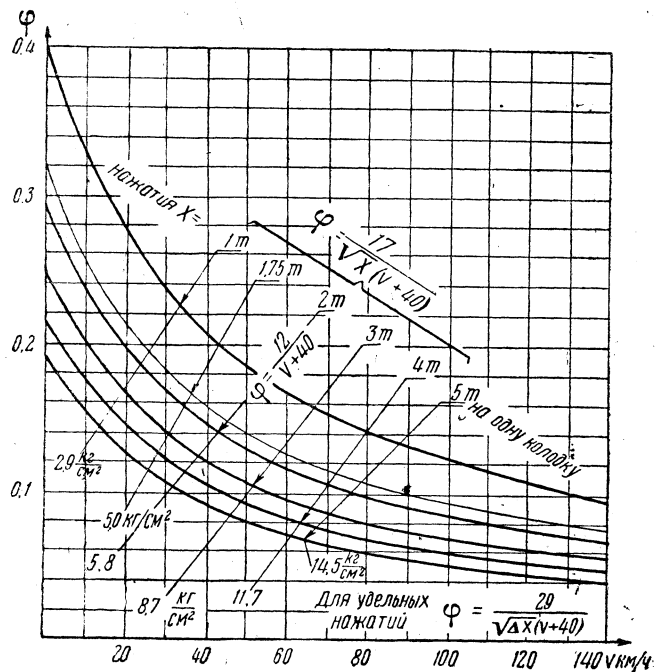
Зависимость коэффициента трения от скорости при различных нажатиях на тормозную колодку по формулам (2) и (3) представлена в табл. 4, а также графически на фиг. 37.

<sup>1</sup> См. «Тяга поездов», проф. А. М. Баби́чков и В. Ф. Егорченко, 1938 г., Трансжелдориздат, стр. 230.





Фиг. 36. Коэффициенты трения тормозных колодок по эмпирической формуле (1)



Фиг. 37. Коэффициенты трения тормозных колодок по теоретическим формулам (2) и (3)

Таблица 4

## Коэффициенты трения тормозной колодки согласно формуле (2)

$\frac{v}{\text{км/ч}}$	По общей формуле (2)					
	1 т	1,75 т	2 т по формуле (3)	3 т	4 т	5 т
0	0,425	0,320	0,300	0,244	0,211	0,190
20	0,274	0,213	0,200	0,163	0,142	0,122
40	0,213	0,160	0,150	0,122	0,106	0,095
60	0,170	0,128	0,120	0,098	0,085	0,076
80	0,142	0,106	0,100	0,082	0,071	0,063
100	0,121	0,091	0,085	0,070	0,061	0,054
120	0,106	0,080	0,075	0,061	0,053	0,047
140	0,095	0,071	0,067	0,055	0,047	0,042
150	0,090	0,075	0,063	0,052	0,045	0,040
160	0,085	0,084	0,060	0,049	0,043	0,038
200	0,071	0,540	0,050	0,041	0,036	0,032

Если взять данные из таблицы коэффициентов трения, помещённой в книге «Тяга поездов» (стр. 231), относящиеся к нажатию тормозной колодки на колесо в 1,75 т, и сопоставить их с цифрами табл. 4 по теоретической формуле автора соответственно для того же нажатия 1,75 т, то можно убедиться почти в полном совпадении этих данных от скорости 80 км/ч до остановки. Это сопоставление даётся в табл. 5.

Таблица 5

## Сравнение коэффициентов, рассчитанных по формулам (1), (2)

$\frac{v}{\text{км/ч}}$	$K(x)$	Формула (1) 1,75 т	Формула (2) 1,75 т
0		0,32	0,32
40		0,17	0,16
60		0,13	0,13
80		0,12	0,11
120		0,10	0,08

Графическое изображение зависимости коэффициента трения от скорости и нажатия по формулам (2) и (3), представленное на фиг. 37, характеризуется тем, что верхняя кривая в точности совпадает с верхней же кривой, полученной на основании путевых опытов Гальтона (фиг. 26), а средняя кривая, соответствующая нажатию в 2 т, совпадает с такой же кривой по формуле (1) ЦНИИ, изображённой на фиг. 36, равно как и остальные кривые, в пределах скоростей от 80 до 10 км/ч.

**к) Величина износа чугунных тормозных колодок в зависимости от их твёрдости, скорости и нажатия**

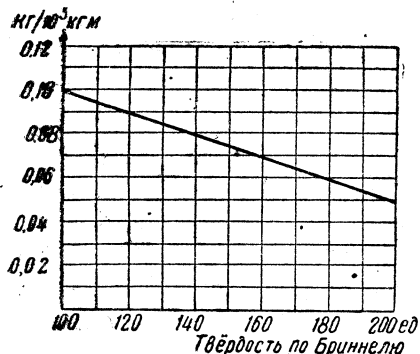
При трении тормозные колодки, стираясь, теряют часть своего веса. Следовательно, на каждое торможение поезда расходуется определённое количество чугуна и притом безвозвратно. На железных дорогах СССР на изготовление тормозных колодок расходуются в год сотни тысяч тонн металла. Отсюда понятно, какое большое значение с экономической точки зрения имеет воз-

возможность уменьшения этого расхода. В этом отношении знание законов износа колодки играет важнейшую роль.

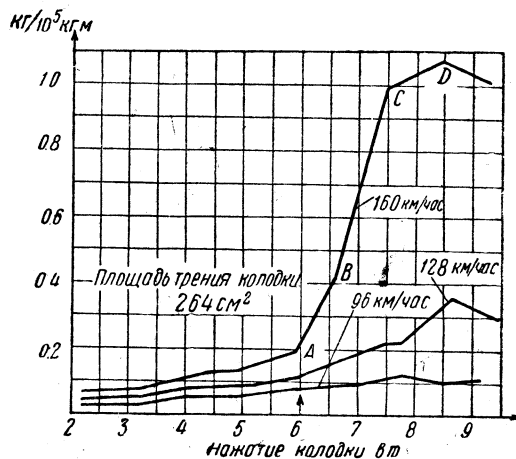
В 1936 г. ЦНИИ была выявлена зависимость износа тормозной колодки от твёрдости чугуна. Графически она изображена на фиг. 38.

При затрате одной и той же работы трения, равной одному миллиону килограмметров, износ колодки тем больше, чем она твёрже. Например, при твёрдости 140 по Бринеллю расход определяется в 0,08 кг, а при твёрдости 200 единиц — 0,05 кг. Разница 0,03 кг, отнесённая к цифре 0,08, составляет 37%. Таким образом, не теряя эффекта торможения от увеличения твёрдости колодки, очевидно, при несколько большем нажатии, можно получить значительную экономию в расходовании чугуна. В США для производства тормозных колодок существуют специальные заводы, а для проверки норм износа, коэффициента трения и твёрдости по техническим условиям применяются особые машины, на которых производится инспекторская приёмка опытных образцов из каждой партии выпускаемых колодок.

Такая постановка дела даёт большое сбережение металла, расходуемого на тормозные колодки.



Фиг. 38. Износ чугунных тормозных колодок в зависимости от твёрдости их по опытам ЦНИИ в 1936 г.



Фиг. 39. Износ тормозных колодок в зависимости от нажатия и скорости по американским данным

Твёрдость по Бринеллю колодок, применяемых в Америке, составляет около 250 единиц, в Германии — 195—225 единиц, на дорогах СССР по ОСТ требуется твёрдость 150—180 единиц.

При проектировании тормозов для высокоскоростных поездов, требующих больших нажатий тормозных колодок, важно знать, как в этих случаях изнашивается колодка. На фиг. 39 даётся диаграмма, полученная в упоминавшейся уже выше лаборатории им. Сержента в США. Из неё можно усмотреть, что для скоростей свыше 100 км/ч при критическом нажатии на тормозную колодку в 6 т, начинается усиленный износ тормозной колодки, в особенности при скорости порядка 160 км/ч (по линии АВС). Очевидно, в точке А начинается изменение структуры металла колодки, которое вызывает трещины в материале и разрушение его вследствие высокой температуры и большого нажатия.

Эта граница, за которой работа тормозной колодки становится невыгодной, определяется работой трения в 12 000 кгм/сек (около 28 кал тепла в 1 сек.). Поэтому рекомендуется не выходить за пределы 10 000 кгм/сек. При этих условиях колесо и колодка не претерпевают вредных влияний и до полного износа остаются работоспособными.

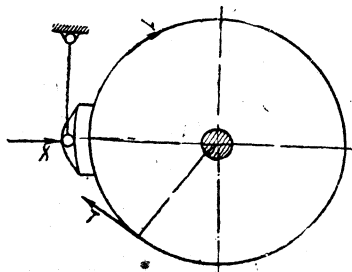
## § 18. ТЕОРИЯ ТРЕНИЯ

### А. СУЩНОСТЬ И МЕХАНИЗМ ПРОЦЕССА ТРЕНИЯ И ПРЕВРАЩЕНИЯ ЕГО РАБОТЫ В ТЕПЛОТУ

#### а) Общие соображения

Трение, происходящее при скольжении одного тела по другому без введения между трущимися поверхностями какого-либо постороннего материала, мы называем сухим трением; между поверхностями может находиться лишь продукт износа их.

В литературе по технической механике многие авторы считают сухое трение настолько простым физическим явлением, что даже не находят нужным подвергать его глубокому анализу. Описывается же оно в большинстве случаев совсем просто: трущиеся поверхности ввиду наличия на них неровностей, едва заметных возвышений и углублений являются более или менее шероховатыми. Эта шероховатость и является причиной, создающей сопротивление при движении одной поверхности по другой. Трение, таким образом, препятствует всякому движению.



Фиг. 40. Схема трения колодки о колесо

Вполне очевидно, что такое поверхностное понятие о трении не позволяет вскрыть сущности самого процесса трения. При помощи такого объяснения природы трения нельзя обосновать законы трения, которые будут перечислены ниже, или те закономерности, которые графически были представлены в главе первой. Из такого определения нельзя вывести ни одной формулы, которая бы устанавливала количественные связи между факторами, создающими трение, и явлениями, возникающими в результате его работы, — формулы, которая могла бы служить выражением законов трения и которую можно было вводить

в уравнения при аналитических решениях разнообразнейших вопросов и задач.

Для того чтобы создать такую формулу, необходимо прежде всего разработать общую, достаточно глубокую и правильную теорию трения.

Настоящий труд имеет целью дать начало этой теории, имея в виду, что до сих пор теория сухого трения не получила своей углублённой разработки и обобщённые труды в этой области отсутствуют.

Прежде чем приступить к выявлению математического содержания задачи о трении, мы сперва рассмотрим сущность и механизм процесса трения и превращения его работы в теплоту.

При изучении сухого трения нет надобности принимать во внимание степень гладкости или шероховатости поверхностей, деталей; предполагается, что они во время предыдущего трения уже приработались, так как нас интересуют законы трения при длительных процессах торможения, сопровождающихся малыми и большими нажатиями при различных скоростях.

Таким образом, будем считать, что состояние сухих трущихся поверхностей от нас не зависит: оно создаётся автоматически само собой в зависимости от условий, например, от рода материала, скорости, давления, температуры и пр.

В дальнейшем, в целях облегчения наших рассуждений все требуемые процессы трения будем изучать на простейшей модели, изображённой на фиг. 40, соответствующей условиям реального тормозного устройства.

#### б) Фрикционное сцепление

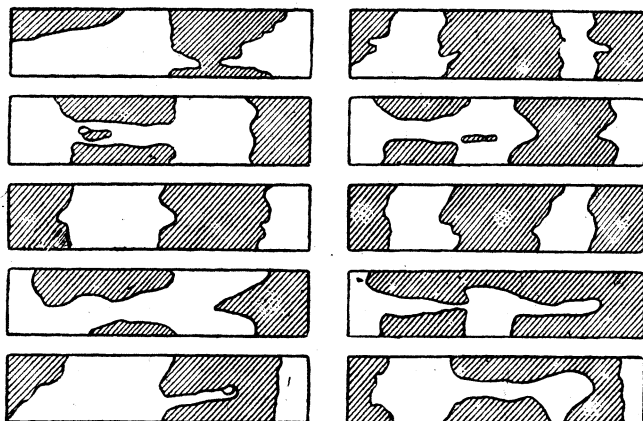
В тормозных устройствах в условиях эксплуатации трение обычно начинается при какой-то скорости и заканчивается состоянием покоя.

Считаем удобнее рассматривать картину в обратном порядке, что в данном случае не меняет сути дела. Начнём с того, что к неподвижному колесу при-

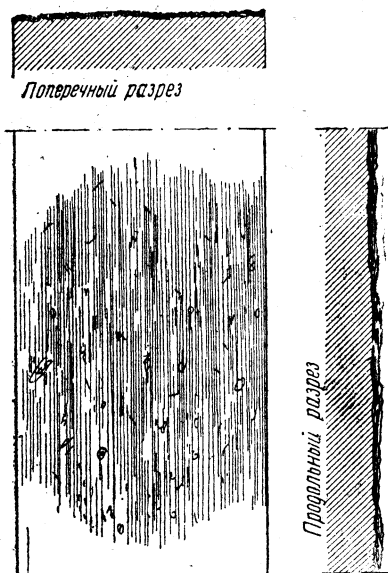
близим вплотную колодку и нажмём её с некоторой силой  $x$ . Благодаря этому между пришедшими в тесное соприкосновение поверхностями колодки и колеса образовалось сцепление, выражающееся в том, что оно противодействует сдвигу колеса с места, если к колесу приложен вращающий момент недостаточной силы. Рассмотрим подробнее, что же происходит в этом случае между поверхностями.

Для этого предварительно исследуем трущиеся поверхности колеса и колодки тремя методами: 1) невооружённым глазом, 2) при помощи лупы и 3) посредством микроскопа, предполагая, что исследуемые поверхности уже достаточно хорошо притёрлись во время предыдущего трения.

Невооружённым глазом можно, например, при помощи краски обнаружить степень неполноты взаимного прилегания поверхностей. Или непосредственно, сейчас же после трения (до сильного нагрева колодки), прокладывая между контактными поверхностями чистую бумагу, которая после кратковременного нажатия колодки становится (под влиянием высокой температуры) тёмнокоричневой в местах большего нажатия и светлой или совсем белой там, где нажатия малы или совсем отсутствуют. На фиг. 41 показаны 10 таких отпечатков, полученных после 10 остановок. Каждый из них имеет иной узор, а в общем показывают степень неполноты прилегания друг к другу трущихся поверхностей или степень неполноты контакта между ними.



Фиг. 41. Макроскопические неровности прилегания колодки к колесу после каждого из 10 торможений



Фиг. 42. Лупоскопические неровности трущейся поверхности колодки или колеса

Рассматривая поверхности трения через лупу (фиг. 42), мы видим прежде всего множество продольных по направлению движения рисок длинных и коротких, сплошных и прерывистых, вообще мелких, но кое-где чередующихся с крупными переменной глубины.

Кроме того, мы замечаем на исследуемых поверхностях места задигов, трещинки, маленькие углубления с признаками оторвавшихся частичек материала. Иногда замечаются цвета побежалости, свидетельствующие об интенсивном нагревании во время процесса трения.

Если, наконец, выбрать на рассматриваемой поверхности какой-нибудь маленький участок, промыть его и исследовать под микроскопом, то можно обнаружить довольно беспорядочную микроструктуру. Она представляет собой случайно раскинутые мелкие кристаллы и кристаллиты. Вся эта структура основательно потревожена работой трения (фиг. 43).

Таким образом, мы видим, что шероховатость трущихся поверхностей состоит из неровностей трёх категорий: первой величины — микроскопических, второй величины — лупоскопических и третьей величины — макроскопических.

Каждая из них имеет своё значение и играет определённую роль, которая выяснится из последующего.

Теперь возвратимся к рассмотрению прижатой колодки к колесу при отсутствии движения.

Прежде всего заключаем, что колодка легла на случайное место поверхности колеса, вследствие чего контакт между соприкасающимися поверхностями в значительной мере неполный и что рельефы прилегающих друг к другу поверхностей несходственны. Поэтому при достаточно сильном нажатии создаются в разных местах большие удельные давления, которые несколько деформируют выдающиеся выступы второй лупоскопической величины, благодаря чему умножается количество точек соприкосновения неровностей первой микроскопической величины. Последние, являясь в большинстве кристаллического образова-



Фиг. 43. Микроскопические неровности поверхности трения в разрезе её

ния, вкалываются гранями, рёбрами и вершинами кристаллов в более мягкие промежуточные места противоположной поверхности, упруго или пластично поворачиваясь и смещаясь в соответствии с действующими на них силами. Таким образом, осуществляется состояние, называемое фрикционным сцеплением.

Если затем к колесу будем прикладывать тангенциальное усилие  $T$  (фиг. 40), начиная от нуля и постепенно увеличивая его, то колесо всё же будет до известного момента оставаться в покое и в то же время между поверхностями колеса и колодки возникнет соответственная реакция сопротивления, именуемая сцеплением. Она характеризуется тем, что ко всем поверхностным напряжениям, возникшим ранее вследствие нормального давления, добавляются новые

касательные напряжения. Когда же указанная выше тангенциальная сила  $T$  на колесе, возрастая, достигнет величины, превышающей величину силы сцепления, определяемой максимальной крепостью всех находящихся в сцеплении выступов и неровностей, то начинается крушение и мятие их. В этот момент сила сцепления достигла своей крайней границы, своего максимального значения. По этой величине определяется коэффициент сцепления как отношение её к нормальному давлению.

Этот критический момент является одновременно и «пусковым» моментом для начинающегося трения, к рассмотрению которого мы и переходим.

### в) Трение

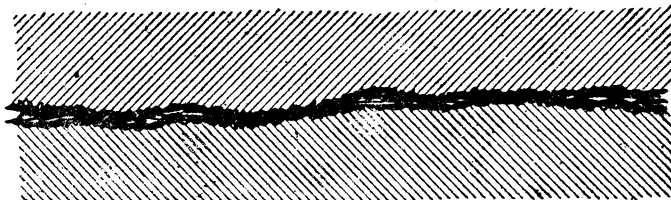
Трение представляет собой более сложное явление, чем сцепление. Начнём его рассмотрение с момента «пуска».

Начало движения одной поверхности по другой в момент пуска происходит не только вследствие среза и мятия глубоко засевших упорных выступов на этих поверхностях, но ещё и потому, что более крепкие из всей массы их проскакивают один через другой, что даёт в сумме некоторое начальное раздвижение поверхностей, требующее преодоления внешней силы нажатия. Если все эти критические моменты наступают при медленном нарастании внешних сил сдвига, то требуется значительное напряжение их, чтобы преодолеть силу сцепления статически.

Когда же движение уже началось и стало непрерывно продолжаться, сопротивление становится сразу меньше. Трущиеся тела и их поверхности уже не имеют достаточного времени сблизиться настолько плотно, как это было при сцеплении, при котором неровности могли засесть наиболее глубоко. Этому мешает инерция трущихся тел, занявших некоторые относительно друг друга уровни скольжения, а выступы одной поверхности, несясь в это время по выступам другой, проскакивают через углубления. Кроме того, во время движения и дрожания трущихся тел по причине соударения выступов и неровностей имеет место динамическое действие, которое, как известно, значительно превосходит силы статические, т. е. такие, которые действуют с нулевой или весьма малой начальной скоростью, как это было при сцеплении. При этом не все выступы, образующие шероховатость поверхностей, в состоянии выдержать удары и деформацию при взаимодействии друг на друга и некоторые из них отрываются, а, перекатываясь между трущимися поверхностями, размалываются в пыль, которая служит сухой смазкой, уменьшая в свою очередь сопротивление трения.

Итак, сила трения после момента «пуска» всегда меньше силы сцепления на его критической границе, т. е. до момента «пуска».

Сила трения, измеренная опытным путём, выражается в виде коэффициента  $\varphi$ , показывающего количественное отношение её величины  $T$  к величине давления между трущимися поверхностями  $x$ :



Фиг. 44. Поперечный разрез поверхностей трения (схема)

$$\varphi = \frac{T}{x}.$$

Развивая анализ процесса трения, мы видим, что вследствие дальнейшей работы трения деформация поверхностей продолжается. Более податливые и слабые места углубляются, обнажая крепкие и устойчивые зёрна и включения, которые наподобие зубчатых резцов бороздят поверхности продольными царапинами различной глубины и ширины, пока эти зёрна не притупятся и не вывалятся из своих мест, уступая свою роль новым таким же зёрнам. Поверхности при этом прирабатываются и садятся друг на друга плотнее. Начинает ощущаться повышение температуры — признак активизации тепловой энергии, получающейся в результате работы трения, происходящей в тонком фрикционно-теплотворном слое между трущимися телами.

На фиг. 44 и 45 показана в утрированном виде примерная схема состояния и образования такого слоя.

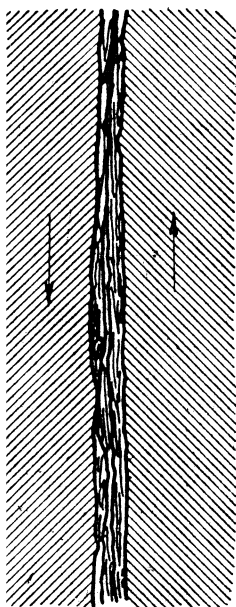
Получение тепла и огня посредством трения практически известно с древнейших времён и считалось тогда явлением для жизни полезным. В последующие же времена, когда это же трение было использовано человеком для создания фрикционных, тормозных устройств, чтобы останавливать движение машин или повозок, то уже смотрели на появление тепла при тормозных операциях, как на явление вредное и побочное. Однако оно как было, так и осталось полезным, ибо трудно себе представить более простой и дешёвый способ превращения кинетической энергии движущейся машины (с целью её остановки) в другую, не-тепловую энергию посредством столь примитивного и дешёвого способа, как трение.

Может только возникнуть вопрос: вся ли затрачиваемая механическая энергия на трение полностью превращается в теплоту?

Нам известно четыре основных вида энергии, которые на основании принципа сохранения могут превращаться одна в другую: механическая, электри-

ческая, химическая и тепловая. В процессе трения из этих четырёх видов имеют место, конечно, только два: механическая, затрачиваемая, и тепловая, получаемая. Если есть ничтожное количество химической энергии в виде окисления и горения искры при больших скоростях, то в конечном результате она тоже переходит в тепло; точно так же звуко-шумовая энергия колебательного движения воздуха, как разновидность механической, является лишь переходной ступенью для рассеивания тепловой энергии. Что же касается электрической энергии, то практически ни малейших признаков её наличия не имеется.

Отсюда делаем вывод, что вся затрачиваемая на трение энергия при любой малой и большой скорости при любом нажатии превращается исключительно только в тепло. Иначе и быть не может.



Фиг. 45. Продольный разрез поверхностей трения (схема)

Если в практике говорится, что на износ поверхностей трущихся тел и на деформацию структуры этих поверхностей затрачено столько-то килограммометров работы трения, то это верно лишь постольку, поскольку необходимо было этим путём повысить молекулярное тепловое движение. Разрушая поверхностную структуру трущихся материалов, производя разрыхление и мятие её на некоторой глубине, трение при этом тревожит элементарные частицы материи — атомы и молекулы, из которых, согласно новейшим взглядам физики, состоят все материалы. А всякое насильственное изменение состояния этих дискретных элементов материи внешней причиной всегда сопровождается изменением их теплового движения, следовательно, и их кинетической энергии.

Таким образом, механическая энергия, затраченная на преодоление сопротивления, фактически расходуется прямо или косвенно на возмущение равновесного состояния атомов и молекул. Последние благодаря этому приобретают добавочную кинетическую энергию в её беспорядочном и скрытом виде, что и является, по существу, тепловой энергией, по величине эквивалентной затраченной механической энергии трения.

Описывая явления трения, мы имели в виду, что трущимися телами служат металлы, именно, чугунная колодка и стальное колесо. Но могут быть случаи трения между одним телом металлическим, имеющим кристаллическую структуру, и другим неметаллическим, имеющим аморфное строение. Например, колесо стальное, а колодка из пластмассы — из бакелита.

В этом случае аморфные твёрдые тела ведут себя подобно кристаллическим материалам. Однако пластичность их и сопротивляемость должны быть приписаны другому атомному механизму, не имеющему столь большой устойчивости в сохранении занятых положений для образования резко выраженных кристаллических решёток. Всякая малейшая деформация в них получается почти остаточной, связь между отдельными частицами по мере увеличения нагрузки не препятствует образованию медленной текучести. Благодаря этому прилегание одной поверхности к другой получается настолько плотное, что оно создаёт непосредственное соприкосновение молекул одного и другого тела почти по всей контактной поверхности.

При относительном движении этих поверхностей возникает сопротивление тяготения и прилипания мономолекулярного слоя одной поверхности к такому же слою другой, которые при этом «гладят» друг друга и потому становятся блестящими. Но в этой блестящей плёнке создаётся благодаря трению усиленное тепловое движение молекул, которое потом передаётся в более глубокие слои, и быстрее в сторону того тела, у которого теплопроводность больше.

Нарисовав картину трения и превращения его работы в теплоту, мы можем приступить к изучению законов трения.



## Б. ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ И ФОРМУЛ ТРЕНИЯ

Рассмотренные выше явления, происходящие между трущимися поверхностями, отличаются столь значительной сложностью и беспорядочностью, что заниматься детальным исследованием их при помощи законов механики невозможно, да, по существу, и не нужно, так как имеется другой более простой и целесообразный путь для вывода уравнения энергетического баланса, который охватывает и описывает весь процесс трения в пределах его краевых условий. Для этого только надо связать уравнением затраченные и полученные количества механической и тепловой энергии с учётом характера трансформации при переходе одной в другую и термодинамических условий, сопровождающих этот процесс.

Итак, имея, с одной стороны, затраченную механическую работу на трение, а с другой, перешедшую к окружающим телам теплоту, можем написать такое исходное уравнение:

$$AL = Q, \quad (5)$$

где  $A$  — тепловой эквивалент механической энергии  $= \frac{1}{427}$ ;

$L$  — количество затраченной механической энергии в  $кгм$ ;

$Q$  — количество образовавшегося из  $L$  тепла в  $кал$ .

Фрикционно-тепловой процесс, превращающий механическую энергию в теплоту, происходит между колодкой и колесом в тонком слое двух трущихся поверхностей определённой площади. Следовательно, в этом процессе участвует некоторый объём трущихся материалов. Этот объём тем больше, чем больше площадь трения, чем мягче материал, чем меньше скорость. В дальнейшем будем называть его фрикционно-теплотворным слоем и считать его источником теплоты, распространяющейся по законам теплопередачи в обе стороны от него. Толщина этого слоя будет выяснена в § 20.

Возникает вопрос: какая может существовать функциональная зависимость между затраченной механической энергией в течение некоторого промежутка времени, с одной стороны, и — с другой, образовавшимся внутри фрикционно-теплотворного слоя и тут же уходящим из него эквивалентным количеством теплоты, в тот же промежуток времени. И что получится в том случае, когда при интенсивном трении при большой скорости и большом нажатии размер площади трения окажется недостаточным для пропуска вырабатываемого количества тепла.

Такая постановка вопроса внешне похожа на закон Ома для электрического тока, если по аналогии принять, что количество теплоты в единицу времени  $Q$  *кал/сек* соответствует силе тока, разность температур по направлению теплового потока — разности потенциалов, а теплотворность трущихся тел — удельной электропроводности, т. е. обратной величине сопротивления.

Поневоле напрашивается вопрос: не этим ли термическим сопротивлением объясняются вообще все законы трения?

Дальнейшая задача заключается именно в том, чтобы ответить на этот вопрос.

Ясно, что образующееся в результате трения тепло сейчас же удаляется от места своего зарождения по законам теплопередачи, и первым этапом движения тепла будет теплопроводность самих трущихся тел, а вторым — теплоотдача в окружающее пространство. Выделяющееся тепло, конечно, распространяется по обе стороны трущейся поверхности, но мы для упрощения рассуждений будем представлять себе уход его в одну сторону в суммарном количестве. В дальнейшем, если понадобится, мы его всегда сумеем разделить.

Так как вырабатываемое трением тепло, прежде чем рассеяться в окружающую атмосферу, должно преодолеть термическое сопротивление материала трущихся тел, то для выявления этого сопротивления воспользуемся известным законом Фурье. Согласно последнему, количество тепла  $dQ$ , проходящего через поверхность  $f$  за время  $dt$ , при создавшемся по линии потока тепла температурном градиенте  $\frac{d\tau}{d\delta}$  будет

$$dQ = \lambda \frac{d\tau}{d\delta} f dt. \quad (6)$$

Здесь множитель  $\lambda$  является коэффициентом теплопроводности данных трущихся тел.

С другой стороны, на основании (5) имеем:

$$dQ = AdL.$$

Работа трения  $dL$  есть результат действия силы трения на некотором элементарном пути  $ds$ ; сила же трения в свою очередь равна произведению  $x\varphi$ , т. е. произведению силы нажатия на коэффициент трения. Поэтому

$$dQ = Ax\varphi ds.$$

Подставляя это значение в левую часть (6), получаем следующее уравнение

$$Ax\varphi ds = \lambda \frac{d\tau}{d\delta} f dt,$$

а деля обе части этого уравнения на  $dt$  и замечая, что  $\frac{ds}{dt}$  есть скорость  $v$ , получаем

$$Ax\varphi v = \lambda \frac{d\tau}{d\delta} f. \quad (7)$$

Предполагая затем равномерную скорость потока тепла от теплотворного слоя трения в глубину трущихся тел, можем считать температурный градиент величиной постоянной, равной отношению разности температур  $\tau_1 - \tau_2$  на некотором расстоянии  $\delta$ , к величине этого расстояния, т. е. полагаем

$$\frac{d\tau}{d\delta} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\delta}.$$

Поэтому уравнение (7) можем написать в таком виде:

$$Ax\varphi v = \lambda \frac{\tau_1 - \tau_2}{\delta} f. \quad (8)$$

В этом уравнении требуют оговорки: площадь трения  $f$  и величина нажатия  $x$ .

Как уже указывалось ранее, трущиеся поверхности не абсолютно плотно прилегают друг к другу, а всегда имеют прогалины (фиг. 41). Значит, видимая и доступная для измерения площадь трения колодки не соответствует по величине действительной, невидимой и недоступной для измерения площади реального плотного контакта суммы отдельных участков на поверхностях трения. Поэтому в дальнейшем мы будем различать две площади трения: одну видимую, условную  $\Omega$ , а другую невидимую, действительную  $\omega$ . Обе они находятся под общим давлением  $x$ , но удельные давления, отнесённые к одной и другой площади, будут разные: одно условное  $\Delta x$ , а второе реальное  $\Delta y$ . Поэтому если площадь  $f$  в уравнении (8) считать реальной площадью и обе части этого уравнения разделить на её величину, то получим

$$A\Delta y\varphi v = \lambda \frac{\tau_1 - \tau_2}{\delta}. \quad (9)$$

Но на практике величина  $\Delta y$  не может быть измерена, поэтому надо найти способ выразить её через доступную для измерения величину  $\Delta x$ .

Величина видимой площади трения  $\Omega$ , а внутри её контура другая площадь  $\omega$  представлены схематически на фиг. 46. Если  $\omega$  представляет собой сумму всех разрозненных нажатых выступов и площадок, то разность  $\Omega - \omega$  будет сумма прогалины. В разрезе, при сильно увеличенном вертикальном масштабе, показаны условно:  $aa$  видимые трущиеся поверхности с определёнными

геометрическими внешними очертаниями и размерами и —  $bb$ , как сумма, составленная из всех невидимых, но вполне плотно касающихся друг друга контактных поверхностей. Между первыми показан зазор  $h_1$  как средняя величина ничтожно малых щелей в прогалинах.

Предполагаем, что изображённая схема соответствует тому случаю, когда поверхности находятся под общим нажатием внешней силы  $x_1$ . При увеличении этой силы до некоторой величины  $x_2$  зазор между поверхностями  $aa$  вследствие упругих и пластических деформаций нажатых контактных мест  $bb$  уменьшится до величины  $h_2$ , а места  $bb$ , представляющие сумму выступов, расплющатся, увеличивая этим площадь реального соприкасания, как показано на фиг. 46 пунктиром.

Ясно, что приведенные рассуждения теряют силу, как только наступит такое состояние, когда поверхности сядут абсолютно плотно друг на друга при каком-то достаточно большом нажатии. Как показывает опыт (см. фиг. 28 на стр. 77 жирная кривая), этот момент наступает при удельном давлении около  $40 \text{ кг/см}^2$ , когда износ поверхностей во время движения становится недопустимо большим, а поведение металла при их трении выходит из рамок закономерностей.

Точно так же и при беспредельном уменьшении силы нажатия наступает момент, когда прекращается дальнейшее уменьшение реальной площади касания и топография её становится стабильной. Этот момент наступает, когда удельное давление, уменьшаясь, достигает около  $0,7 \text{ кг/см}^2$ , что подтверждается тем, что при дальнейшем его уменьшении коэффициент трения почти перестаёт зависеть от величины нажатия.

Создавая такую картину пластической деформации соприкасающихся под переменным давлением двух поверхностей, мы должны рассматривать её, разумеется, как гипотезу, которой надлежит воспользоваться в качестве методологического приёма для определения количественной зависимости между удельными давлениями  $\Delta x$  и  $\Delta y$ .

Дальнейшая сущность этой гипотезы заключается в утверждении следующих двух моментов: 1) чем больше будет удельное давление  $\Delta y$  на поверхностях  $bb$  соприкасавшихся выступов, тем меньше будет зазор  $h$  в прогалинах неактивной области трения, между видимыми поверхностями  $aa$ , т. е. имеется в виду, что существует обратная пропорциональность

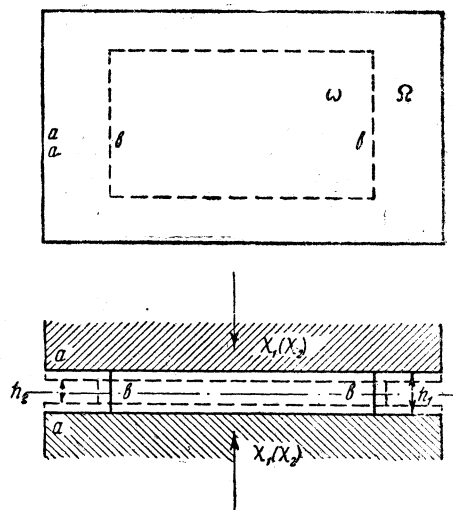
$$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{h_2}{h_1} \quad (9')$$

При увеличении удельного давления предполагается, что высота соприкасающихся выступов уменьшается за счёт их расплющивания, и поэтому получатся увеличение контактной площади, но при постоянном объёме выступов до и после этого расплющивания, что выразится так:

$$\omega_1 h_1 = \omega_2 h_2,$$

откуда получаем, что

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{h_2}{h_1},$$



Фиг. 46. Схема соотношения между реальной площадью контакта и рабочей площадью тормозной колодки

и поэтому согласно равенству (9') должно быть

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2}. \quad (10)$$

С другой стороны, истинные удельные давления, умноженные на соответственные площади предполагаемых невидимых контактных поверхностей, должны давать в одном и другом случаях равенство с внешними силами, т. е.

$$\Delta y_1 \omega_1 = x_1; \quad \Delta y_2 \omega_2 = x_2.$$

Если же обратиться к величине видимой площади трения  $\Omega$ , то удельные давления рассчитанные по ней, для тех же случаев будут:

$$\Omega \Delta x_1 = x_1; \quad \Omega \Delta x_2 = x_2.$$

Поскольку правые части этих равенств равны правым частям предыдущих равенств, то и левые части их должны быть между собой равны. Поэтому можно написать

$$\Delta y_1 \omega_1 = \Omega \Delta x_1; \quad \Delta y_2 \omega_2 = \Omega \Delta x_2,$$

откуда

$$\frac{\Delta y_1 \omega_1}{\Delta y_2 \omega_2} = \frac{\Omega \Delta x_1}{\Omega \Delta x_2}$$

или

$$\frac{\Delta y_1 \omega_1}{\Delta y_2 \omega_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2},$$

где  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_2$  — обычные величины, признаваемые в практике удельными давлениями, отнесёнными к видимой площади трения.

Подставляя в левую часть последнего равенства вместо отношения  $\omega_1 : \omega_2$  его значение из (10), имеем

$$\left( \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} \right)^2 = \frac{x_1}{x_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$$

или

$$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} = \sqrt{\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}}, \quad (11)$$

что можно выразить следующими словами: при изменении величины нажатия на трущиеся поверхности внутренние реальные удельные давления на невидимых контактных площадях фрикционного слоя так относятся друг к другу, как квадратные корни из соответственных величин внешних сил нажатия, или пропорциональных им удельных давлений, рассчитанных по внешней видимой площади трения.

По этому в уравнении (9) заменяем величину  $\Delta y$  на  $\alpha \sqrt{\Delta x}$ :

$$Av \varphi \alpha \sqrt{\Delta x} = \lambda \frac{\tau_1 - \tau_2}{\delta}. \quad (12)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  является величиной постоянной, что видно из следующего.

Согласно (11) имеем:

$$\Delta y_1 = \frac{\Delta y_2}{\sqrt{x_2}} \sqrt{x_1} = \alpha \sqrt{x_1}.$$

Величины  $\Delta y_2$  и  $x_2$  в этом равенстве взяты произвольными, но соответственными друг другу. Следовательно, при постоянном  $\Delta y_1$  отношение

$$\frac{\Delta y_n}{\sqrt{x_n}} = \alpha$$

является тоже постоянным при любых индексах. Обратно, при данном  $\alpha$  можно выразить любое  $\Delta y$  через  $\sqrt{x}$ . Пока мы не можем найти величину  $\alpha$ , так как не знаем зависимости между  $\Delta y$  и  $\sqrt{x}$ , и будем считать её неизвестным коэффициентом.

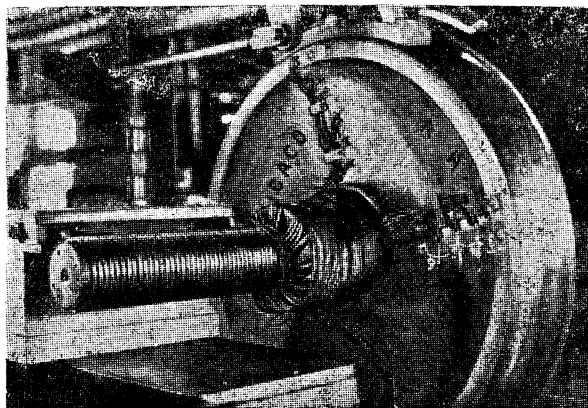
Теперь выясним, какое имеет значение температурный градиент  $\frac{\tau_1 - \tau_2}{\delta}$ , который назовём через  $\tau_{zp}$ .

Перепишем уравнение (12) в таком виде

$$v = \frac{\lambda \tau_{zp}}{A \alpha \sqrt{\Delta x}}. \quad (13)$$

Из опытов, производившихся в США Иллинойским университетом, во Франции Центральным исследовательским отделом железных дорог, в Германии Мецковым и в СССР проф. В. Ф. Егорченко, описанных в предыдущем параграфе, было выяснено, что величина коэффициента трения тормозных колодок зависит от скорости, от силы нажатия, но не зависит от нагрева их, который доходил на опытах до 600°. Сопоставляя этот факт с формулой (13), заключаем, что температурный градиент  $\tau_{zp} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\delta}$

является величиной постоянной, т. е. чем выше температура в исходном месте на поверхности трения, тем выше она в точке на расстоянии  $\delta$  теплового потока. Остаётся выяснить, чему равен этот градиент. Для этого обратимся к опытным данным.



Фиг. 46а. Лабораторная установка для измерения температур банджа и колодки за время движения

При испытании тормозных колодок на мощной машине трения в лаборатории им. Сержента в 1936 г. <sup>1</sup> (фиг. 46а) подводились термодары на расстоянии 0,8 см от поверхностей трения колеса; в бандже колеса в нескольких местах высверливались для них гнёзда, причём в центре колеса устраивали скользящие контакты.

В отчёте по поводу этих испытаний говорится: «Несмотря на то, что поверхность трения банджа имела высокую температуру (около 400°), о чём можно было судить по тёмнокрасному цвету каления в хорошо освещённой лаборатории, максимальная температура, указываемая термодарой, держалась на одном уровне—около 200°».

Из этих данных уже можно определить примерную величину температурного градиента  $\tau_{zp}$ , а именно

$$\tau_{zp} = \frac{400 - 200}{0,8} = 250^\circ \text{C/см}. \quad (14)$$

Точную величину температурного градиента трудно определить на опыте. Полученная цифра 250 даёт лишь некоторое представление о нём.

В формуле (13) скорость  $v$  выражается в м/сек. Чтобы перевести её в км/ч, надо подставить переводный множитель

$$v = \frac{1000}{3600} U = Un.$$

<sup>1</sup> Бюллетень Иллинойского университета 1936 г. (Э. Шмидт и Г. Шрадер), Бюро переводов НКПС, ЦНТБ, № II, 1941 г.

Тогда формула (13) представится в следующем виде:

$$U\varphi = \frac{\lambda \tau_{\text{гр}}}{A n \alpha \sqrt{\Delta x}} = \frac{N}{\sqrt{\Delta x}}, \quad (15)$$

где

$$N = \frac{\lambda \tau_{\text{гр}}}{A n \alpha}.$$

Здесь:  $\lambda$  — коэффициент теплопередачи;  
 $\tau_{\text{гр}}$  — температурный градиент;  
 $A$  — механический эквивалент тепла;  
 $n$  и  $\alpha$  — коэффициенты.

Поскольку все эти величины являются постоянными, то и  $N$  тоже величина постоянная. Поэтому при заданной величине  $\Delta x$  по формуле (15)

$$U\varphi = \text{const}, \quad (16)$$

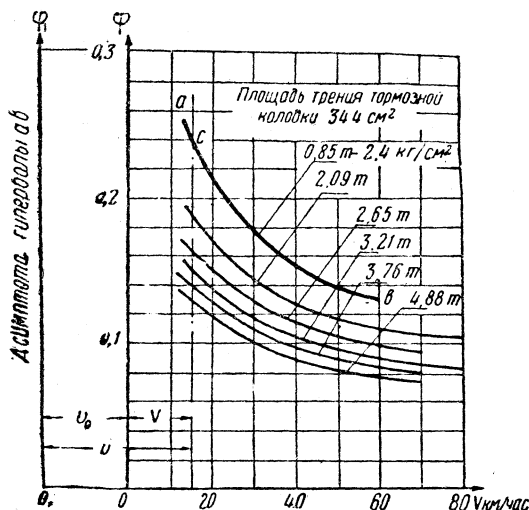
откуда следует, что кривая, построенная по координатам  $U\varphi$ , будет представлять собой гиперболу, отнесённую к её асимптотам.

Однако формула (15) ещё не вполне отвечает реальным условиям, так как при скорости, равной нулю, коэффициент по ней теряет своё конечное значение. Это объясняется тем, что формула была выведена на основании чисто термодинамического процесса без принятия во внимание начальных условий; последние состоят в том, что в действительности при состоянии покоя, хотя никакой тепловой процесс не протекает, всё же имеется определённая конечного значения

начальная сила сцепления между колесом и колодкой. Эта сила определяет величину коэффициента трения при переходе от состояния покоя к движению или наоборот.

Следовательно, формула (15) не вполне реальна, и поэтому её надо уточнить (вспомним аналогичный случай отступления газов от закона Бойля-Мариотта и внесение поправки в уравнение Клапейрона).

Для этого обратимся к опытным данным, помещённым в § 17. Из рассматриваемых опытов остановимся на тех, которые наиболее полно соответствуют обычным эксплуатационным условиям на четырёхосных товарных вагонах. Воспользуемся опытами ЦНИИ, описанными в пункте «д» того же параграфа, и рассмотрим фиг. 31, которую здесь



Фиг. 47. Переход от асимптоты к реальной ординате коэффициентов трения

воспроизводим на фиг. 47, на которой представлен ряд кривых зависимости коэффициента трения стандартной тормозной колодки от скорости при различных нажатиях.

Из шести изображённых кривых мы остановимся на верхней,  $a — b$ , соответствующей нажатию  $0,85 \text{ т}$ .

Эту кривую мы считаем наиболее свободной от погрешностей по следующим мотивам. Во время опытов обнаружилась довольно большая деформация триангелей, служившая причиной перекашивания колодок, при более сильных нажатиях, из-за недостаточной прочности их (вагон был с тележками Даймонда).

Оказывается, что кривая  $a — b$  постольку не соответствует уравнению гиперболы

$$U \varphi = \frac{N}{V \Delta x},$$

отнесённой к её асимптоте  $o_1\varphi$ , поскольку в действительности (как показывает опыт) при скорости, равной нулю, кривая пересекается ординатой  $o\varphi$  и эта точка пересечения соответствует коэффициенту трения в момент остановки. Значит, нам надо перейти от асимптоты  $o_1\varphi$  к ординате  $o\varphi$  и написать такое уравнение, чтобы кривая осталась той же, но выражалась через новую ординату.

Из фиг. 47 мы видим, что какая-нибудь точка  $c$  на кривой имеет относительно прежнего начала координат  $o_1$  абсциссу  $U$ , а относительно нового начала  $o$  абсциссу  $V$ , и поэтому, как это видно из чертежа,

$$U = U_0 + V.$$

Подставляя в уравнение (15) вместо  $U$  его значение из последнего равенства, получаем

$$(U_0 + V) \varphi = \frac{N}{V \Delta x}. \quad (17)$$

Если мы зададимся любой скоростью  $V$ , то на кривой  $ab$  можем найти коэффициент трения  $\varphi$  по шкале новой ординаты  $o\varphi$ . Удельное нажатие тормозной колодки на колесо, которое производилось во время опытов, нам известно. Оно показано на фигуре и равно  $2,4 \text{ кг/см}^2$ . Из этого следует, что в последнем уравнении имеется только два неизвестных:  $U_0$  и  $N$ . Поэтому чтобы найти значение  $U_0$ , необходимо составить два уравнения. Для этого на кривой  $ab$  выбираем наиболее удалённые друг от друга две точки:  $c$  и  $b$ , имеющие следующие координаты относительно нового начала

$$\begin{aligned} V_c &= 15 \text{ км/ч}; & \varphi_c &= 0,240; \\ V_b &= 60 \text{ »} & \varphi_b &= 0,132. \end{aligned}$$

Вводя эти координаты в уравнение (17), имеем

$$\begin{aligned} (U_0 + 15) 0,240 &= \frac{N}{V \Delta x}; \\ (U_0 + 60) 0,132 &= \frac{N}{V \Delta x}. \end{aligned}$$

Вычитая одно из другого, получаем:

$$15 \cdot 0,240 - 60 \cdot 0,132 = (0,132 - 0,240) U_0,$$

откуда

$$U_0 = \frac{4,32}{0,108} = 40.$$

Подставляя данное значение  $U_0$  в уравнение (17), получаем новое уравнение кривой  $ab$ , отнесённой к новому началу  $o$  ординаты  $o\varphi$ :

$$(V + 40) \cdot \varphi = \frac{N}{V \Delta x}. \quad (18)$$

откуда получаем прототип искомой формулы:

$$\varphi = \frac{N}{V \Delta x (V + 40)}.$$

Остаётся определить неизвестную величину  $N$ .

Величина эта легко определится из опытных данных, например, из тех, которые даны в § 17. В соответствии с условиями эксплуатации подвижного состава наших железных дорог остановимся на одном из коэффициен-

тов трения тормозных колодок, указанных в таблице 28 книги профессоров А. М. Бабичкова и В. Ф. Егорченко «Тяга поездов», стр. 231, именно, на коэффициенте при среднем нажатии 2 т на колодку, что соответствует 5,8 кг/см<sup>2</sup> (по отношению к площади трения колодки в 344 см<sup>2</sup>) и при скорости, равной нулю. Этот коэффициент равен 0,304.

Вводя эти величины, т. е.  $V = 0$ ,  $\varphi = 0,304$ ,  $\Delta x = 5,8$ , в формулу (18), имеем:

$$(0 + 40) 0,304 = \frac{N}{\sqrt{5,8}},$$

откуда находим

$$N = 40 \cdot 0,304 \cdot \sqrt{5,8} = 29,2$$

или округлённо 29.

Подставляя это значение в уравнение (18), находим формулу коэффициента трения:

$$\varphi = \frac{29}{\sqrt{\Delta x (V + 40)}}. \quad (19)$$

Это и есть формула для определения коэффициента трения и функции скорости при заданном удельном давлении тормозной колодки  $\Delta x$ , выраженном в кг/см<sup>2</sup> на колесо.

Если же требуется выразить нажатия на колодку не в виде удельных давлений, а в тоннах на всю колодку, то вместо  $\Delta x$  надо ставить  $x$ , выраженное в тоннах, но тогда коэффициент 29 надо умножить на переводный множитель  $\sqrt{\Omega : 1000}$ , где  $\Omega$  — площадь трения колодки в см<sup>2</sup>. Например, для стандартной тормозной колодки  $\Omega = 344$  см<sup>2</sup>, следовательно:

$$\varphi = \frac{29 \sqrt{\frac{344}{1000}}}{\sqrt{x (V + 40)}}$$

или

$$\varphi = \frac{17}{\sqrt{x (V + 40)}}, \quad (20)$$

где  $x$  — нажатие на одну колодку в т, а

$V$  — скорость в км/ч.

Численные значения функции  $x$  можно брать из табл. 6.

Полученные формулы (19) и (20) относятся, конечно, к трению только того типа колодок, которые применяются в настоящее время на железных дорогах СССР, так как коэффициенты 29 и 17 этих формул выводились из опытных данных, полученных при испытании указанных колодок, проводившихся ЦНИИ в 1936 г. Для каких-нибудь других колодок, например американских, надо коэффициенты в формулах изменить пропорционально отношению величины коэффициентов трения этих колодок и колодок СССР при одинаковых скоростях и нажатиях.

Таблица 6  
Численные значения функции  $x$  в формуле (20)

$x$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\frac{17}{\sqrt{x}}$	$x$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\frac{17}{\sqrt{x}}$
0,50	0,71	1,41	24,0	4,00	2,00	0,50	8,5
1,00	1,00	1,00	17,0	4,50	2,12	0,47	8,0
1,25	1,22	0,82	14,0	5,00	2,24	0,45	7,6
1,75	1,32	0,76	12,8	5,50	2,34	0,43	7,3
2,00	1,41	0,71	12,0	6,00	2,45	0,41	6,9
2,50	1,58	0,68	10,8	6,50	2,55	0,39	6,6
3,00	1,73	0,57	9,8	7,00	2,64	0,38	6,4
3,50	1,87	0,53	9,1	7,50	2,74	0,37	6,2



Коэффициенты трения, рассчитанные по формуле (20) и по формуле (1) при нажатии на одну колодку в 2 т, а также коэффициенты трения средней опытной кривой Гальтона (фиг. 26) при нажатии около 1,7 т приведены в табл. 7. По ним построены кривые на фиг. 48. Если бы кривая Гальтона соответствовала нажатую на колодку в 2 т, то она легла бы несколько ниже, и тогда мы могли бы видеть довольно хорошее согласие всех трёх кривых: одной — Гальтона, полученной непосредственно из путевых опытов; другой, построенной по формуле ЦНИИ, составленной на основании тоже путевых опытов; третьей — автора, выведенной теоретически и уточнённой на основании тех же путевых опытов.

Таблица 7

Коэффициенты трения из трёх источников для нажатия 2 и 1,7 т (фиг. 48)

Кривые	Нажатия	Скорости в км/ч				
		0	20	40	60	80
По формуле (1) . . . . .	2 т	0,304	0,184	0,142	0,122	0,109
По формуле (20) . . . . .	2 т	0,30	0,20	0,15	0,12	0,10
Гальтона . . . . .	1,7 т	0,32	0,23	0,17	0,13	0,11

Из формулы (20) видно, что коэффициент трения  $\varphi$ , являясь функцией скорости  $V$  км/ч, зависит от взятого параметра  $x$ , означающего величину нажатия на одну колодку. Но так как на каждую колёсную пару при одностороннем торможении нажимают две колодки, а при двустороннем — четыре, то для определения тормозной силы одной колёсной пары, т. е. одной оси, надо умножить коэффициент трения, определяемый по данному нажатю на одну колодку, на суммарное нажатие всех колодок этой оси. Например: при одностороннем нажатии тормозная сила оси будет

$$B_1 = 2 x \varphi = \frac{17 \cdot 2 x}{\sqrt{x} (V + 40)} = \frac{34 \sqrt{x}}{V + 40},$$

и для двустороннего соответственно

$$B_2 = \frac{68 \sqrt{x}}{V + 40}.$$

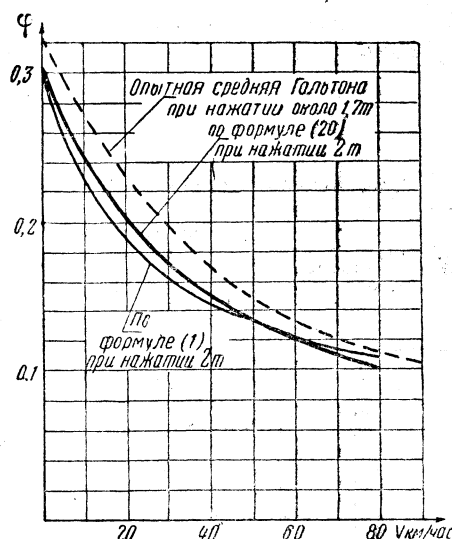
Однако такой порядок определения тормозной силы колёсной пары является несколько сложным. Для упрощения этой операции применим метод, предложенный проф. В. Ф. Егорченко.

Обозначив суммарное нажатие всех колодок одной оси через  $K$ , найдём тормозную силу этой оси

$$B = K \varphi,$$

Произведение величин  $K$  и  $\varphi$ , отнесённое к одной какой-либо скорости, например равной нулю, изменяется с изменением величины нажатия  $K$  на колодку. Но  $\varphi$  является зависящим от этого нажатия значит изменение  $K$  при той же скорости влечёт за собой изменение  $\varphi$ . Для упрощения можно условиться получать то же произведение  $K \varphi$ , считая  $\varphi$  постоянной величиной  $\varphi_n$ , т. е. не зависящей от  $K$ , но умноженной на некоторую величину  $\rho$ , зависящую от  $K$ , т. е.

$$K \varphi = K \rho \varphi_n = K_n \varphi_n.$$



Фиг. 48. Сравнительные диаграммы коэффициентов трения для среднего нажатия около 2 т

В этом случае коэффициент трения  $\varphi_n$  будет зависеть только от скорости и нажатие  $K_n$  будет равно:

$$K_n = K \frac{\varphi}{\varphi_n}.$$

Здесь величина  $K_n$  носит название «приведённого нажатия». Чтобы определить её, надо условиться в выборе того реального нажатия, к которому будем относить  $\varphi_n$  как функцию одной лишь скорости.

По этому методу рекомендуется принимать величину  $\varphi_n$  равной  $\varphi$  при величине нажатия на одну колодку:  $K = 1,75 \text{ т}$  как наиболее часто встречающейся на практике.

Но ведь одинаково часто встречается нажатие на одну колодку и в 3 т; поэтому примем нажатие в среднем до 2 т. Тогда получим следующее значение приведённого коэффициента трения по формуле (20):

$$\varphi_n = \frac{17}{\sqrt{2(V+40)}} = \frac{12}{V+40}.$$

Откуда и получаем формулу приведённого нажатия

$$K_n = K \frac{17}{\sqrt{x(V+40)}} : \frac{12}{V+40} = K \frac{1,4}{\sqrt{x}}. \quad (21)$$

В табл. 8 указаны рассчитанные по формуле (21) значения приведённых нажатий  $K_n$ . При этом, конечно, считается, что коэффициенты трения уже не зависят от величины этих нажатий и рассчитываются (если это требуется) по формуле

$$\varphi = \frac{12}{V+40}. \quad (22)$$

Таблица 8

Теоретические приведённые нажатия тормозных колодок на ось по формуле (21)

Действительное нажатие колодок на ось $K$	Действительное нажатие одной колодки $x_1$		Приведённые нажатия колодок $K_n$ на ось	
	одностороннее торможение	двустороннее торможение	одностороннее торможение	двустороннее торможение
3,5	1,75	0,9	3,7 (3,5)	5,1 (4,1)
4,0	2,0	1,0	4,0 (3,8)	5,6 (4,8)
5,0	2,5	1,3	4,4 (4,4)	6,1 (5,6)
6,0	3,0	1,5	4,9 (4,9)	6,8 (6,3)
6,5	3,3	1,6	5,1 (5,2)	7,2 (6,6)
7,0	3,5	1,8	5,2 (5,4)	7,3 (7,0)
8,0	4,0	2,0	5,6 (6,0)	8,0 (7,6)

Примечание. Цифры в скобках взяты из книги «Тяга поездов», стр. 232, табл. 29.

Указанные нажатия на отдельные оси в целях определения тормозного нажатия поезда суммируются и делятся на вес поезда для определения тормозного коэффициента поезда  $\vartheta$ .

Полученный результат величины  $\vartheta$  (можно его называть приведённым) служит для определения удельной тормозной силы  $b$ , являющейся функцией скорости согласно формуле, указанной в § 46 на стр. 15,

$$b_{y\vartheta} = 1000 \vartheta \varphi = 1000 \vartheta \cdot \frac{12}{V+40} \text{ [кг/т]}. \quad (23)$$

## В. АНАЛИЗ И ОЦЕНКА ВЫВЕДЕННЫХ ФОРМУЛ

Основное назначение данной теории состоит в выявлении природы трения, в определении роли и значения факторов, влияющих на величину силы его, и, наконец, в том чтобы вывести краткую, понятную и удобную для приложений теоретическую формулу коэффициента и силы трения при условии правильности её и согласия с практикой.

Выше были выведены три формулы

$$\varphi = \frac{29}{\sqrt{\Delta x (V + 40)}}; \quad (19)$$

$$\varphi = \frac{17}{\sqrt{x (V + 40)}}; \quad (20)$$

$$\varphi = \frac{12}{V + 40}. \quad (22)$$

Они, будучи равноценными, предназначены для разных случаев измерения нажатий на тормозную колодку.

Первая формула применяется в том случае, когда нажатие выражено в удельном измерении  $\Delta x$  ( $\text{кг}/\text{см}^2$ ); вторая — когда нажатие выражено общей силой  $x$  ( $\text{т}$ ) на всю колодку стандартного типа, площадь трения которой  $344 \text{ см}^2$ ; третья — когда имеется в виду частный случай среднего нажатия на всю колодку  $x = 2 \text{ т}$ .

Рассмотрим, какой физический смысл заключается в этих формулах, если предположить, что  $V$  и  $x$  беспредельно увеличиваются, а  $\varphi$  стремится к нулю.

Этот идеальный случай показывает, что трущиеся тела, обладающие вполне определенными величинами теплопроводности и теплоемкости, не в состоянии отводить от трущихся поверхностей бесконечно большое количество тепла в единицу времени. При таких условиях работа трения мгновенно превратилась бы в такое количество тепла, при котором вся колодка также мгновенно бы расплавилась.

Само собой разумеется, что такая постановка вопроса имеет чисто теоретическое значение. В реальных условиях максимальная величина нажатия ограничивается прочностью тела, а максимальная скорость не может быть выше скорости, обуславливаемой техническими возможностями.

С другой стороны, если рассматривать случай убывания величины нажатия  $x$  (или  $\Delta x$ ), то по формулам величина  $\varphi$  стремится к бесконечности. На опыте, однако, это не подтверждается ввиду наличия начальных условий для возникновения трения, о которых говорилось уже выше: при беспредельном уменьшении силы нажатия наступает в конце концов такое состояние, при котором прекращается деформация поверхностных неровностей, и поэтому реальная площадь трения перестаёт беспредельно уменьшаться и становится как бы стабильной (см. фиг. 41).

Таким образом формулы (19) и (20) требуют поправки. Поправка эта сводится к тому, что к силам нажатия  $\Delta x$  и  $x$  надо прибавить на основании опытных данных постоянные величины, как указано ниже

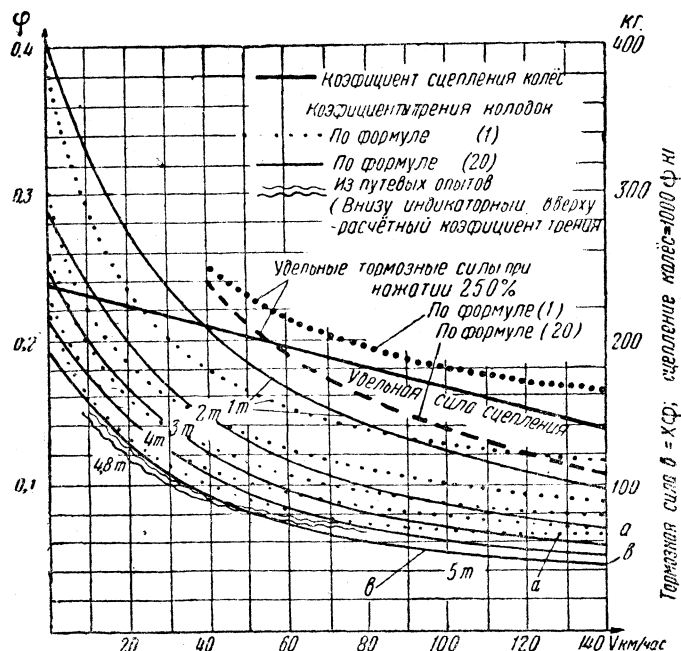
$$\varphi = \frac{29}{\sqrt{\Delta x + 0,72 (V + 40)}};$$

$$\varphi = \frac{17}{\sqrt{(x + 0,25) (V + 40)}}.$$

Для тех же случаев, когда нажатия превышают 0,5 т, можно пользоваться формулами без указанных поправок, а в том виде, как они даны под номерами (19), (20) и (22), так как они вполне подтверждаются опытами.

Для оценки рассматриваемых формул необходимо исследовать ещё вопрос, насколько они являются пригодными для скоростных тормозов, предназначенных для пассажирских поездов, скорости которых превышают 100 км/ч. и доходят до 180 км/ч.

На фиг. 49 представлены кривые зависимости коэффициента трения от скорости по формуле (20) в виде тонких сплошных кривых. Остальные кривые даны для сравнения.



Фиг. 49. Оценка выведенных формул трения

Чтобы дать оценку сплошным кривым, обратимся к данным, которые нам известны из практики США<sup>1</sup>, где неоднократно производились путевые опыты по выявлению коэффициентов трения при скоростях, доходивших до 160 км/ч. Здесь мы находим указания на то, что нажатия тормозных колодок при таких высоких скоростях могут быть доведены до 330% от величины давления колёс на рельсы, хотя в нормальной эксплуатации допускается 250%. При этом предполагается, конечно, наличие особого прибора, называемого «деселакроном», который автоматически переводит это высокое нажатие на пониженное обычное, как только скорость снизится до 60 км/ч.

Из тех же источников получаем указания относительно коэффициентов сцепления колёс с рельсами по линейному закону. (Изображён на фиг. 49 жирной линией, подробнее см. § 21.)

На основании приведённых выше данных мы можем сделать следующий анализ.

<sup>1</sup> Журналы «Railway Mechanical Engineer», апрель, 1937, стр. 153 — Испытание тормозов скоростного обтекаемого поезда (Доклад железной дороги Юнион-Пасифик) и «Transaction of the American Society of Mechanical Engineers», 1934 г., № 9.

Будем рассматривать те точечные и сплошные тонкие кривые коэффициентов трения (фиг. 49), которые относятся к нажатию в 5 т. На этой цифре мы останавливаемся потому, что если нагрузка на ось высокоскоростного поезда во время опытов составляла около 8 т, то при четырёх тормозных колодках с нажатием в 250% на одну колодку приходится сила 5 т.

Относя тормозную силу при нажатии в 250% к давлению колеса на рельсы в 1 т, мы должны коэффициенты трения колодки умножить на 2,5 т. В результате получаем следующие сравнительные линии: 1) сплошная жирная прямая, представляющая собой силы сцепления колёс с рельсами в функции скорости (отсчёт сил в кг берётся по правой шкале) как результат умножения 1 000 кг на коэффициенты сцепления; 2) под линией сцепления колеса с рельсом изображена жирной пунктирной линией сила торможения, построенная, как результат помножения  $1\,000 \cdot 2,5$  и на коэффициенты трения (указана внизу диаграммы сплошной тонкой линией *b*).

Рассматривая эти линии, мы можем сделать следующий вывод:

что если коэффициенты трения колодок соответствуют тонкой сплошной линии *b*, то жирная пунктирная линия ложится ниже линии сцепления колёс с рельсами и пересекает её лишь при скорости 55 км/ч, когда «деселакрон» уже несколько ранее (при скорости 60—65 км/ч) вступил в действие и автоматически снизил нажатие тормозных колодок.

Настоящий анализ доказывает, что течение сплошных линий, изображающих зависимость коэффициентов трения от скорости, по формулам автора соответствует реальным условиям и не требует никаких поправочных коэффициентов.

Из диаграммы фиг. 49 видно также, что расхождение между кривыми, построенными по новой формуле (20), и кривыми, построенными по формуле ЦНИИ (1), сравнительно не очень большое. Это объясняется отчасти тем, что формула (20) хотя и была выведена на основе теории трения, но с помощью формулы (1). С другой стороны, это показывает, что формула (1), проверенная на практике, подтверждается также и теоретически.

## § 19. ЗАКОНЫ СУХОГО ТРЕНИЯ И ИХ ОБОСНОВАНИЯ

### а) Законы трения Кулона—Морена и основные положения

Обычно принято связывать законы трения с именами французского физика Кулона, установившего их в 1784 г., и Морена, который подтвердил эти законы в 1830 г.

Законы Кулона — Морена явились исходным началом для изучения трения. Если некоторые пункты их не согласуются с новейшими данными, то это можно объяснить узкими границами изменения давлений и скоростей. Давления между трущимися поверхностями во время опытов колебались в пределах от 0,05 до 3,00 кг/см<sup>2</sup>, а относительная скорость трущихся тел не превышала 3,5 м/сек. В настоящее же время нас интересуют давления от 2 до 30 кг/см<sup>2</sup>, а скорости от нуля до 200 км/ч, т. е. до 55 м/сек.

Законы Кулона — Морена следующие.

1. Сила трения пропорциональна нормальному давлению (в действительности она не вполне пропорциональна).
2. Сила трения не зависит от величины трущихся поверхностей. (Позднейшие исследования показали, что зависит).
3. Сила трения не зависит от скорости движения (наоборот, для широкого диапазона скоростей она в значительной степени зависит от них).
4. Трение в покое больше, чем в движении. (Формулировка неточная: трение возникает только тогда, когда две поверхности тел трутся одна о другую, что может быть только при движении. То, что здесь названо трением в покое, есть попросту фрикционное сцепление).
5. Трение зависит от материала трущихся тел.
6. Трение зависит от состояния трущихся поверхностей (закон неопределён-

ный, так как мы имеем в виду только сухое трение, и «состояние», т. е. степень шероховатости поверхности, вовсе не поддаётся определению при длительном трении, когда поверхности автоматически притираются друг к другу).

Итак, из 6 пунктов старых законов трения мы можем оставить только два — 4-й и 5-й — и к ним добавить те новые законы, которые выявлены позднейшими опытами и известны в настоящее время.

Но предварительно введём следующие определения.

В вопросах трения надо различать два момента: первый — это статическое сопротивление сдвигу одного тела по другому при недостаточной силе для преодоления этого сопротивления; второй — динамическое сопротивление, возникающее на трущейся поверхности тела,двигающегося по поверхности другого тела.

Первое состояние будем называть фрикционным сцеплением, второе — трением.

При постепенном возрастании силы сдвига наступает момент, когда состояние сцепления переходит в состояние трения.

Тот критический момент равновесия между силой сдвига и силой сцепления, когда малейшее приращение силы сдвига заставляет скользить одно тело по другому, будем называть «пусковым моментом».

Ту критическую величину силы сцепления, при которой создаётся пусковой момент, будем называть «критической границей сцепления», или просто «границей сцепления».

Отношение величины критической силы сцепления  $b$  на границе пускового момента к величине нормального давления  $q$  называют коэффициентом сцепления

$$\psi = \frac{b}{q}.$$

Отношение величины силы трения  $T$  к величине нормального давления  $x$ , которым прижимаются поверхности друг к другу, называют коэффициентом трения

$$\varphi = \frac{T}{x}.$$

## **б) Новые законы сухого трения и выводы, полученные на основании теории и опыта**

Нижеперечисленные законы трения и выводы относятся главным образом к тормозным колодкам на стальных колёсах примерно при следующих условиях:  
для скоростей от 0 до 200 км/ч или от 0 до 55,5 м/сек;  
для удельных нажатий на тормозную колодку от 2 до 30 кг/см<sup>2</sup>;  
для напряжённости работы трения до 20 кгм/см<sup>2</sup> или до 0,05 кал/сек·см<sup>2</sup>;  
для температур сплошного нагрева всей чугунной тормозной колодки до 600°.

1. Фрикционное сцепление между поверхностями прижатых друг к другу тел представляет собой статическое сопротивление сдвигу. Максимальная его величина получается на границе сцепления. При наличии сил, превышающих максимальную величину сцепления, последнее переходит в трение.

2. Сила сцепления после прекратившегося трения без последующего разъёма тел больше, чем после разъёма и случайного наложения поверхностей одна на другую.

3. При изменении направления движения на обратное сила трения меняет свою величину с плюса на минус сразу, т. е. она является функцией разрывной.

4. а) Если равнодействующая внешних сил, приложенных к трущимся телам (включая и веса их), будет наклонена к нормали поверхности трения на угол, меньший угла сцепления, то как бы ни была велика эта сила, не получится сдвига одного тела относительно другого; б) если указанная равнодействующая сила наклонена к нормали на угол, больший угла сцепления, то как бы мала ни была эта сила, она приведёт в движение тело и сообщит ему ускорение.

5. Сила сцепления и сила трения не подчиняются закону независимости действия сил, а также нарушают этот закон в системе других сил (доказательства ниже).

6. При наличии тряски и вибраций критический предпусковой момент равновесия фрикционного сцепления из устойчивого переходит в неустойчивое с мелкоступенчатым сдвигом.

7. а) Величина коэффициента трения зависит от материала трущихся поверхностей; б) при однородных материалах коэффициент трения больше, чем при разнородных.

8. Коэффициент трения зависит от скорости: с увеличением скорости он уменьшается.

9. Коэффициент трения уменьшается обратно величине нажатия (в пределах от 1 до 30 кг/см<sup>2</sup>).

10. Коэффициенты трения всегда меньше коэффициентов сцепления.

11. Если трение начинается во время движения, то в некоторое начальное время коэффициент трения имеет тенденцию к уменьшению. Эта тенденция явная, если скорость поддерживается постоянной, неявная при переменной скорости, так как тогда коэффициент зависит как от изменения скорости, так и от начальной продолжительности.

12. а) При длительном трении нагрев до 600° не изменяет коэффициента трения; б) износ поверхностей тел при этом увеличивается.

13. Повышение твёрдости поверхности трения сопровождается уменьшением коэффициента трения.

14. Величины коэффициентов трения и износа не зависят друг от друга.

15. При смачивании поверхностей трения водой коэффициенты трения уменьшаются, однако с увеличением скорости выше 60 км/ч начинают возрастать, а при скоростях выше 100 км/ч становятся больше, чем при сухих поверхностях (влияние тепла).

### в) Теоретические обоснования законов трения

1. Закон 1-й был разъяснён ранее в § 18, б.

2. Когда трение заканчивается остановкой движения без разъёма трущихся частей, то фрикционное сцепление между ними больше, чем при случайном наложении, так как поверхности притёрлись по взаимному рельефу, а будучи чисто металлическими без окиси и налёта и несколько подогреты, они в последний момент остановки плотно садятся одна на другую.

3. Если скорость движения стремится к нулю, то коэффициент трения стремится к максимальной конечной величине, ввиду чего перемена движения на обратное направление сразу меняет знак максимальной силы трения.

Не следует поэтому составлять общие дифференциальные уравнения, которые описывают движения, заведомо меняющие свои направления, если среди сил имеется сила трения, а необходимо рассматривать отдельно два движения: в одну и в другую сторону.

4. Фрикционное сцепление и трение проявляются лишь тогда, когда имеется одновременное действие сил нажатия и сдвига, т. е. имеется равнодействующая определённого наклона к нормали.

Так, если тело  $A$  лежит на поверхности  $b$  (фиг. 50), то прикладывая к нему силу  $P$  под углом  $\rho_0$  к нормали  $N$ , получаем проекции этой силы:

1) на поверхность трения

$$s = P \sin \rho_0; \quad (a)$$

2) на нормаль:

$$x = P \cos \rho_0.$$

Так как величина критической силы сцепления представляется равенством:

$$b = x \psi = P \psi \cdot \cos \rho_0, \quad (b)$$

а величина силы трения равенством:

$$T = x \varphi = P \varphi \cdot \sin \rho_0,$$

то для того, чтобы составляющая сила  $P$  на плоскости трения была всегда меньше силы сцепления  $b$ , необходимо, чтобы

$$P \sin \rho_0 \leq P \varphi \cdot \cos \rho_0.$$

Разделив обе части этого неравенства на  $P \cdot \cos \rho_0$ , получаем условие

$$\operatorname{tg} \rho_0 \leq \varphi,$$

т. е. условие когда и при каких значениях величины силы  $P$ , сдвига тела  $A$  с места не получится.

Предельная величина угла  $\rho_0$  называется углом сцепления, что выражается равенством:

$$\operatorname{tg} \rho_0 = \varphi. \quad (24)$$

Иначе говоря, коэффициент сцепления равен тангенсу угла сцепления.

Угол сцепления характеризуется ещё тем, что тело, положенное на наклонную поверхность, образующую с горизонталью угол  $\rho_0$ , будет находиться на критической границе сцепления, и при малейшем увеличении этого угла наступит момент пуска. Это легко доказать путём разложения силы тяжести тела на её составляющие.

Когда наклон силы  $P$  к нормали  $N$  больше угла сцепления  $\rho_0$ , то при любой малой величине этой силы тело начнёт двигаться с ускорением, так как коэффициент трения уменьшается с увеличением скорости. Чтобы получилась равномерная скорость, необходимо по аналогии с выводом (24) иметь равенство

$$\varphi = \operatorname{tang} \rho,$$

где  $\rho > \rho_0$  — угол трения, а  $\varphi$  — коэффициент трения.

Так как коэффициент трения зависит от скорости, то согласно (20) его можно выражать через скорость  $V$  км/ч и нажатие на колодку  $x$  в  $m$

$$\varphi = \operatorname{tg} \rho = \frac{17 x^{-1/2}}{V + 40},$$

откуда

$$\rho = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \varphi = \frac{17 x^{-1/2}}{V + 40}. \quad (25)$$

Многие задачи по рассмотрению сил, среди которых имеется трение, решаются проще, если их решение начинать с угла трения.

5. Известный закон механики независимости действия сил не имеет места, если среди этих сил имеется сила трения, так как направление последней зависит от направления движения, а величина её — от нормального давления и от коэффициента трения, являющегося функцией скорости.

Предположим, что прижатое к плоскости силой  $N$  (фиг. 51) тело имеет некоторую равномерную скорость  $v$ , при наличии силы  $P$ , равной и противоположной силе трения  $T$

$$P = T = N \varphi, \quad (a)$$

где  $\varphi$  — коэффициент трения.

При появлении новой силы  $K$  под углом  $\beta$  к нормальной силе  $N$  и углом  $\gamma$  к силе  $P$  (в проекции на плоскость трения) независимость действия сил  $P$  и  $T$  нарушается по той причине, что сила трения  $T$  меняет при этом свою величину и направление. В самом деле, изменившееся нормальное давление  $N$  на величину

$$\Delta N = K \cos \beta$$

изменяет в свою очередь силу трения на величину

$$\Delta T = K \varphi \cos \beta. \quad (б)$$



При этом направление и величина скорости  $v$  меняется на  $v_1$  соответственно величине и направлению равнодействующей силы  $R$

$$R = T - \Delta T + m \frac{dv_1}{dt}, \quad (\text{в})$$

где  $m$  — масса тела.

Величину  $R$  можно определить по тригонометрической формуле по данным двум сторонам треугольника и углу между ними:

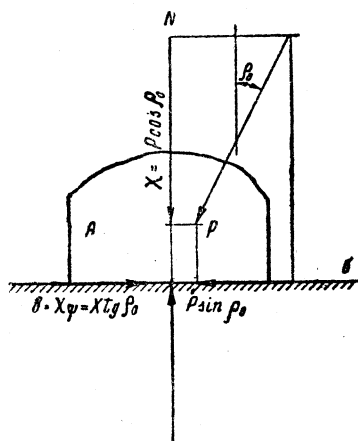
$$R = \sqrt{K_{np}^2 + P^2 - 2 K_{np} P \cos \gamma}.$$

Подставляя вместо  $K_{np}$  его значение  $K \sin \beta$ , получаем:

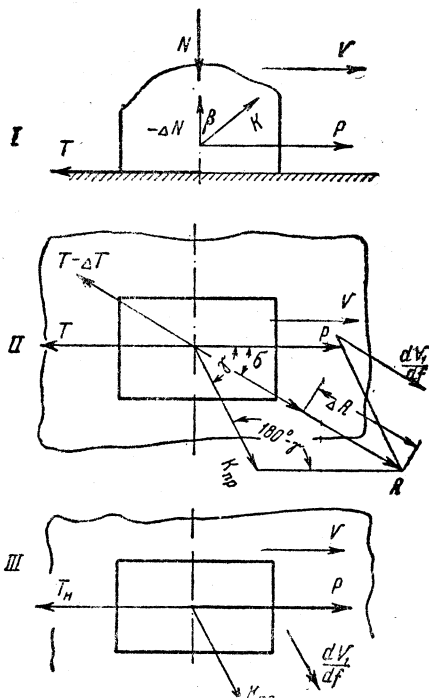
$$R = \sqrt{(K \sin \beta)^2 + P^2 - 2 K \sin \beta \cos \gamma}. \quad (26)$$

Эта сила совместно с силой трения по (в) создаёт ускорение:

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{m} (R - T + \Delta T)$$



Фиг. 50. К вопросу о значении угла трения



Фиг. 51. Нарушение закона независимости действия сил

или, подставляя из (а) значение  $T$ , а из (б) значение  $\Delta T$ , получаем:

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{m} (R - N \varphi + K \varphi \cos \beta). \quad (27)$$

Направление определится из известной тригонометрической пропорции:

$$\frac{R}{\sin \gamma} = \frac{K_{np}}{\sin \sigma},$$

откуда

$$\sin \sigma = \frac{K_{np} \sin \gamma}{R} = \frac{K \sin \beta \sin \gamma}{R}$$

или

$$\sigma = \arcsin \left( \frac{K}{R} \sin \beta \sin \gamma \right). \quad (28)$$

Под таким углом изменится направление движения.

Если бы сила  $T$  была не трением, а независимой постоянной силой  $T_n$  (фиг. 51), то величина равнодействующей  $R$  была бы равна  $K_{np}$  (так как  $T_n$  и  $P$  по условию равны, а скорость  $V$  равномерная); ускорение тогда имело бы величину:

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{K_{np}}{m} \quad (27')$$

и направление этого ускорения, как и силы  $K_{np}$  по отношению к направлению силы  $V$ , было бы под углом:

$$\sigma = \gamma. \quad (28')$$

Сравнивая (27'), (28') с (27), (28), мы видим, в какой мере нарушается закон независимости действия сил, если среди них имеется сила трения.

6. Известно, что гаечные, клиновые и другие фрикционные крепления во время тряски самораспускаются. Известно также, что коэффициенты полезного действия рычажных передач и других механизмов на ходу поезда равны почти единице. Это есть следствие 3-го и 5-го законов трения, проявляющихся здесь в особой форме.

Тряска, вибрация и дрожание какого-либо механизма — это, в сущности, малые колебания материальной системы около положения равновесия. Отдельные детали механизма при его сотрясении начинают вибрировать, причём и отдельные частицы того материала, из которого изготовлена деталь, совершают колебательные движения около своих равновесных положений. Конечно, эти колебания весьма малой амплитуды, но зато большой частоты, а известно, что энергия колебательного движения пропорциональна квадрату частоты.

Это относится к каждой детали в отдельности. Но детали соединяются между собой шарнирами и креплениями, т. е. между ними существуют поверхности раздела и поэтому вибрации частиц материала одной детали не могут распространяться на частицы смежной детали без потерь и искажений. Следовательно, в местах соединений происходят процессы трения и превращения энергии колебания в теплоту. Но колебания, происходящие от сотрясений, не имеют определённого направления, т. е. являются неупорядоченными. В то же время механизм во время своей работы или напряжённого состояния (например, рычажная передача) во всех своих деталях и в соединениях между ними передаёт усилия в одном определённом направлении, встречая в обратном направлении (при отсутствии вибрации) сопротивления трения.

Во время же вибраций основные передаваемые усилия не изменяют направлений, а силы трения вынуждены подчиняться 3-му и 5-му закону, т. е. должны непрерывно изменять свои направления в соответствии с появляющимися вибрациями. Вследствие этого основная сила не сразу, а постепенно и полностью передаётся через детали механизма к конечному пункту.

7. Строение тел определяет структуру трущихся поверхностей. Последние в зависимости от свойств этой структуры, создают во время трения определённую степень шероховатости или гладкости, разрыхления или устойчивой твёрдости, свойственных тому или другому роду материала. Следовательно, величина коэффициента трения зависит от рода материала.

При трении однородных тел благодаря идентичности структуры получается более полный, многоточечный контакт сходственных рельефов трущихся поверхностей. Этот контакт обеспечивает лучшее взаимодействие между ними и более быстрый отвод тепла благодаря большей площади и поэтому коэффициент трения между однородными телами выше, чем между разнородными.

8. Чем больше скорость, тем интенсивнее вырабатывается тепло, не успевающее проникнуть в глубину материала, и тем тоньше получается раскалённый слой, который, размягчаясь, играет роль твёрдой смазки на более холодной глубже лежащей части материала. От этого уменьшается сопротивление трения, а потому с увеличением скорости коэффициент трения уменьшается. Иначе говоря, термическое сопротивление лимитирует количество превращаемой работы трения в теплоту.

9. С увеличением нажатия интенсивность вырабатываемого тепла увеличивается, но поскольку свободной передаче его препятствует термическое сопротивление, то превращение кинетической энергии в тепло задерживается, что и выражается уменьшением коэффициента трения. С другой стороны, при увеличении нажатия получается более плотный контакт, что улучшает работу трения и отвод тепла.

10. Всякое сопротивление труднее преодолеть статически, чем динамически. Кроме того, упоры, создающие сопротивление сдвигу, более глубоко зацепляются при отсутствии движения, чем во время движения. Поэтому коэффициенты трения меньше коэффициентов сцепления.

11. Когда трение начинается при какой-то большой скорости, то первое образующееся тепло вначале весьма быстро отводится от трущихся поверхностей ввиду теплоёмкости трущихся тел, находящихся ещё в холодном состоянии. Когда их теплосодержание, а следовательно и температура, увеличатся, то термическое сопротивление затрудняет движение тепла, ввиду чего коэффициент трения постепенно уменьшается, пока не уравнивается приток и отдача тепла. Значит коэффициент трения вначале в течение некоторого времени уменьшается.

12. Сквозной равномерный нагрев трущейся детали до высокой температуры вплоть до  $600-700^{\circ}$  способствует увеличению толщины, следовательно и мощности, фрикционного слоя, а также благоприятствует более плотному прилеганию трущихся поверхностей. Всё это способствует неизменности коэффициента трения, а иногда даже увеличивает его. При этом сильно увеличивается износ трущихся материалов.

13. Чем твёрже поверхности трения, тем тоньше фрикционный рабочий слой между поверхностями, тем меньше его теплотворная производительность.

14. Трение превращает механическую энергию в теплоту путём непрерывной деформации поверхностной структуры фрикционного слоя. При достаточной пластичности последнего эта деформация даёт больше тепла без заметного износа поверхностей, подобно тому, как отожжённый стальной стержень при многократном изгибе даёт сильный нагрев, не ломаясь. При более хрупкой или слабой структуре, то же количество теплоты получается при большем износе. Таким образом, нет закономерной зависимости между коэффициентом трения и коэффициентом износа, зависящего почти исключительно только от структуры тела.

15. Обильное смачивание водой поверхностей трения делает их более чистыми и свободными от грязи и скользкой пыли, поэтому коэффициент трения и сцепления не уменьшается, а даже несколько увеличивается.

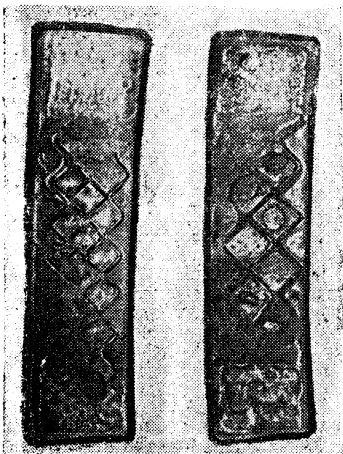
Слабое смачивание способствует образованию скользкой мастики из «натира», получившегося от износа. Но при больших скоростях, когда образуется тонкий раскалённый слой на поверхности трения, указанная мастика быстро высыхает при трении и окисляется, создавая между поверхностями сопротивление, подобное заеданию.

## **§ 20. ИССЛЕДОВАНИЕ НАГРЕВА ТОРМОЗНОЙ КОЛОДКИ И ОБОДА КОЛЕСА ВО ВРЕМЯ ТОРМОЖЕНИЯ**

### **а) Температурный режим тормозной колодки и обода колеса**

Полученные уравнения и формулы из теории трения в § 18 ещё не вполне ясно описывают и раскрывают нам тепловой режим работы колодки и банджа. Например, нельзя ответить прямо на вопрос, какая из этих двух деталей несёт наибольшую абсолютную тепловую, а следовательно и фрикционную, нагрузку. Нам обычно кажется, что тормозная колодка выполняет большую часть этой нагрузки, о чём свидетельствует более интенсивный нагрев её по сравнению с колесом. Между тем, исследование этого вопроса показывает совершенно обратное. Это объясняется тем, что у колодки тепловой поток от фрикционного слоя к периферии быстро поднимает её температуру благодаря малым её размерам, в то время как у обода колеса значительно большая поверхность охлаждения.

В зависимости от характера теплового режима колеса и колодки могут иметь место те или иные вредные последствия. Например, при длительных или частых торможениях бандажи колёс от нагрева ослабевают на центрах. Цельнолитые стальные, а в особенности, чугунные колеса преждевременно поступают в обточку из-за появления трещин на поверхностях катания от попеременного нагрева и остывания. В особенности от этого сильно страдают бандажи колёс метрополитена, где применяются тормозные колодки не из чугуна, а из бакелита, представляющего собой искусственный материал, обладающий плохой теплопроводностью. Наоборот, при армированных чугунных колодках благодаря наличию в массе чугуна стального (в виде решётки) включения, способствующего отводу тепла, чугунные колёса не получают трещин, а коэффициент трения колодок больший и износ пониженный<sup>1</sup>.



Фиг. 52. Армированная тормозная колодка, изготовленная неправильно

Насколько важную роль играет отвод тепла от поверхности трения, видно из следующего опытного случая. В 1936 г. у нас производились путевые опыты с армированными тормозными колодками (фиг. 52), колодки были изготовлены одним из наших заводов. Получились неудовлетворительные результаты: коэффициенты трения этих колодок оказались на 30—50% ниже простых чугунных колодок, применяемых в СССР, в особенности при высоких скоростях. Возникает вопрос, почему армированные колодки оказались не только не лучше обыкновенных, но даже хуже их, в то время как такие же американские колодки, наоборот, дают самые лучшие результаты.

Дело в том, что испытывавшиеся колодки (тогда их осматривал автор) только по форме соответствовали американским, а по существу они отличались от них тем, что включения (т. е. решётка или армировка) не были перед заливкой очищены и облужены, чугун не был достаточно перегрет и потому, попав в форму с большой массой стальной решётки, загустел, причём не только не дал металлического соединения с ней, но даже образовал щели и зазоры настолько большие, что поверхность трения колодки казалась состоящей как бы из отдельных кусков. При такой структуре теплопередача через прослойки, заполненные воздухом, окалиной и пылью, конечно, была значительно меньше, чем теплопроводность сплошного чугуна<sup>1</sup> без таких включений, отсюда и пониженный коэффициент трения.

Что же касается колёс, то они, как выполняющие самую тяжёлую работу из всех деталей подвижного состава, требуют к себе вообще особого внимания. Необходимо заботиться о том, чтобы добавочная механическая и термическая нагрузка от торможения по возможности не портила поверхности катания колёс.

Сравнивая работу колодки с работой обода колеса в общем случае, мы видим различие их в следующем:

1) колодка, будучи в 14—15 раз легче обода, даёт значительно меньшее накопление тепла внутри себя, чем обод;

2) внешняя поверхность колодки (за вычетом поверхности трения) примерно в 12 раз меньше поверхности обода, поэтому её конвективный теплообмен тоже значительно меньше, чем у обода, при одних и тех же температурах;

3) колодка имеет только поступательное движение (вместе с поездом), поэтому интенсивность облуживания её воздухом, а следовательно, и конвекция тепла, вдвое меньше, чем у обода, имеющего кроме поступательного ещё и вращательное движение;

<sup>1</sup> О теплопроводности стали и чугуна можно судить по их удельным электропроводностям (закон Видемана — Франца). Теплопроводность стали примерно в два раза больше теплопроводности чугуна.

4) поверхность трения колодки, не обнажаясь, активизирует непрерывно тепло, в то время как поверхность трения обода колеса выполняет это примерно только одной седьмой своей частью, всё время выходящей из сферы трения о колодку наружу, со скоростью, равной скорости поезда.

Эти четыре различия определяют количество и характер термодинамической нагрузки, выполняемой, с одной стороны, колодкой и, с другой — ободом колеса.

Для более точного выяснения характера этой нагрузки предложим себе решить следующие задачи:

- 1) выявить температурные режимы обода колеса,
- 2) найти количественное распределение работы трения и отвода тепла между колодкой и ободом,
- 3) точнее выяснить механическую сторону переноса тепла от теплотворного слоя трения в окружающую атмосферу.

Для упрощения решения этих задач будем рассматривать обод колеса в изолированном от его центра виде, т. е. как бы окружённым со всех сторон воздухом за исключением лишь площади контакта с тормозной колодкой.

Таким образом, происходящий отвод тепла к центру посредством кондукции заменяется отводом конвекций. Это будет почти эквивалентно ввиду того, что наружная поверхность обода на столько больше поверхности сечения в переходе от обода к центру (отношение 20 : 1), что разница в количестве отводимого тепла по одному или другому закону будет составлять очень небольшую относительную погрешность, в особенности при больших скоростях, когда само колесо находится под усиленной вентиляцией.

Все тепло  $Q$ , выделяемое фрикционным слоем трения между колодкой и ободом колеса, распределяется между ними в некотором соотношении количеств  $Q_k$  и  $Q_b$ , так что

$$Q = Q_k + Q_b. \quad (30)$$

Вначале, когда обе трущиеся детали ещё холодны, они отводят это тепло от фрикционного слоя путём поглощения его своей теплоёмкостью, а по мере того, как температура на их свободных поверхностях, омываемых окружающим воздухом, станет подыматься, они сами начинают излучать тепло, отдавая последнее в окружающую атмосферу. Таким образом, из всего выработанного трением тепла, вначале часть его задерживается теплоёмкостью трущихся частей на повышение их температуры, а остальная часть рассеивается в окружающее пространство путём конвекции и лучеиспускания.

Количество той части тепла ( $Q_1$ ), которое задерживается колодкой и ободом на возрастание их теплосодержания, определяется произведением теплоёмкости  $c$  на их вес  $G$  и на изменение температуры  $d\tau$ , т. е.

$$dQ_1 = Gcd\tau.$$

Другую часть тепла  $Q_2$ , отдаваемую свободными поверхностями трущихся деталей окружающему воздуху, за тот же элемент времени  $dt$  для нашего случая можно определить по формуле Ньютона

$$dQ_2 = \alpha F (\tau_1 - \tau_2) dt.$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;

$F$  — величина поверхности, отдающей тепло;

$\tau_1$  — температура на поверхности колодки;

$\tau_2$  — температура окружающего воздуха.

Заменяя для упрощения разность  $\tau_1 - \tau_2$  одной буквой  $\tau$ , означающей избыточную температуру трущихся тел над окружающей температурой, получим выражение

$$dQ_2 = \alpha F \tau dt.$$

Так как эти два расхода тепла  $Q_1$  и  $Q_2$  совершаются одновременно в суммарном количестве  $Q$ , выделяемом фрикционным слоем в элемент времени  $dt$ , то

на основании закона сохранения энергии должно существовать следующее равенство:

$$Qdt = Gcd\tau + \alpha F \tau dt. \quad (31)$$

Поскольку наш агрегат трения состоит из двух неодинаковых частей—колодки и обода—то уравнение (31) будем решать для них отдельно, снабжая символы соответственными индексами. Так, для колодки можно преобразовать это уравнение в таком виде:

$$G_k cd\tau_k = (Q_k - \alpha F_k \tau_k) dt. \quad (a)$$

Произведя разделение переменных, получим

$$\frac{d\tau_k}{Q_k - \alpha F_k \tau_k} = \frac{dt}{G_k c}. \quad (б)$$

Чтобы проинтегрировать это уравнение, надо левую часть его привести к простейшему виду. Для этого введём обобщающую новую переменную  $z$ , полагая, что

$$Q_k - \alpha F_k \tau_k = z. \quad (в)$$

Затем, решая это уравнение относительно  $\tau_k$ ,

$$\tau_k = \frac{Q_k - z}{\alpha F_k}$$

и дифференцируя его, получаем

$$d\tau_k = - \frac{dz}{\alpha F_k}. \quad (г)$$

После этого мы можем в левой части уравнения (б) числитель и знаменатель заменить их значениями из (в) и (г) и взять интегралы:

$$- \int \frac{dz}{\alpha F_k z} = \int \frac{dt}{G_k c}.$$

Вынося за их знаки постоянные и решая, получаем следующее выражение:

$$\frac{-1}{\alpha F_k} \ln z = \frac{t}{G_k c} + C.$$

Здесь  $z$  заменим значением его из (в), а постоянную  $C$  представим в более удобном для дальнейшего решения логарифмическом виде:

$$-\ln(Q_k - \alpha F_k \tau_k) = \frac{\alpha F_k t}{G_k c} + \ln C. \quad (д)$$

Для определения постоянной  $C$  обратимся к начальному условию, именно, в момент времени  $t$ , равно нулю, т. е. в самом начале трения температура колодки равна окружающей температуре, которую мы можем условиться считать началом отсчёта и потому равной нулю. Следовательно, подставляя в уравнение (д) вместо  $\tau$  и  $t$  нули, получаем

$$\ln(Q_k - 0) = 0 + \ln C,$$

откуда

$$\ln Q_k = \ln C$$

или

$$Q_k = C.$$

Найденное значение  $C$  подставляем в уравнение (д):

$$\ln(Q_k - \alpha F_k \tau_k) = - \frac{\alpha F_k t}{G_k c} + \ln Q_k,$$

и наконец, потенцируя его, получаем

$$\ln \frac{Q_k - \alpha F_k \tau_k}{Q_k} = - \frac{\alpha F_k t}{G_k c},$$

откуда окончательно:

$$Q_k - \alpha F_k \tau_k = Q_k e^{\frac{\alpha F_k t}{G_k c}}$$

и

$$\tau_k = \frac{Q_k}{\alpha F_k} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha F_k t}{G_k c}} \right). \quad (32)$$

Это и есть формула избыточной температуры колодки над наружной температурой в функции времени  $t$ .

Совершенно подобным образом получим формулу избыточной температуры бандажа, надо лишь индексы  $k$  в формуле (32) заменить на  $b$ .

$$\tau_b = \frac{Q_b}{\alpha F_b} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha F_b t}{G_b c}} \right). \quad (33)$$

В правых частях формул (32) и (33) все величины нам известны, за исключением, как указывалось, количества тепла  $Q_k$  и  $Q_b$ . Сумма этих количеств равна количеству работы трения, выражаемой в калориях, но нам неизвестно, как распределяется тепло между колодкой и ободом. Поэтому займёмся определением этого.

Чем дольше происходит трение, т. е. чем больше время  $t$  в показателях  $e$  формул (32) и (33), тем ближе к нулю само  $e$  в этой степени и двучлен в скобках приближается к единице.

Следовательно, температуры нагрева  $\tau_k$  и  $\tau_b$  стремятся к постоянным величинам  $\frac{Q_k}{\alpha F_k}$  и  $\frac{Q_b}{\alpha F_b}$ .

При очень продолжительном трении (например, торможение товарного поезда на затяжном спуске) температуры колодки и обода устанавливаются постоянными без дальнейшего накопления тепла в их массах, т. е. всё тепло трения отдаётся наружу через их поверхности под напором установившегося температурного градиента. Тогда температуры нагрева колодки и бандажа получатся по формулам

$$\tau_k = \frac{Q_k}{\alpha F_k} \text{ и } \tau_b = \frac{Q_b}{\alpha F_b}.$$

Для определения количеств тепла  $Q_k$  и  $Q_b$ , получающихся из общей суммы тепла  $Q$ , вырабатываемого трением, имеется один практический признак, именно: из опытных и лабораторных наблюдений над длительным торможением следует, что температура нагрева тормозной колодки примерно в три раза больше температуры обода колеса вследствие необнажающейся поверхности трения, меньшего веса и меньшей поверхности <sup>1</sup>.

Ввиду этого принимаем, что

$$\tau_k = 3 \tau_b. \quad (e)$$

Кроме того, так как всё тепло трения  $Q$  разделяется на  $Q_k$  и  $Q_b$ , то

$$Q_b = Q - Q_k$$

<sup>1</sup> Наблюдения производились во время испытаний тормоза Казанцева в 1927 г. на Закавказской дороге. Из лабораторных опытов сошлёмся на упомянутые уже опыты по измерению температуры бандажа и колодки в лаборатории им. Серженца (бандаж 200°, колодка 600°).

и обе формулы (34) могут быть написаны в таком виде:

$$\tau_k = \frac{Q_k}{\alpha F_k}; \tau_6 = \frac{Q - Q_k}{\alpha F_6}.$$

На основании равенства (е) составляем такое уравнение:

$$\frac{Q_k}{\alpha F_k} = 3 \frac{Q - Q_k}{\alpha F_6} = 3 \frac{Q}{\alpha F_6} - 3 \frac{Q_k}{\alpha F_6},$$

откуда

$$Q_k \left( 1 + 3 \frac{F_k}{F_6} \right) = \frac{3 F_k Q}{F_6}$$

или

$$Q_k = \frac{3 F_k Q}{F_6 \left( 1 + 3 \frac{F_k}{F_6} \right)} = Q \frac{3 F_k}{F_6 + 3 F_k} \quad (\text{ж})$$

и соответственно:

$$Q_6 = Q \left( 1 - \frac{3 F_k}{F_6 + 3 F_k} \right) = Q \frac{F_6}{F_6 + 3 F_k}. \quad (\text{з})$$

Единственным источником тепла при трении считаем работу трения. При скорости  $v$  на ободе колеса эта работа в единицу времени при нажатии  $x$  и коэффициенте трения  $\varphi$  выразится следующей величиной тепла:

$$Q = \frac{1}{427} \varphi x v \text{ кал/сек.} \quad (\text{и})$$

Величина скорости  $v$  выражена здесь в м/сек. Чтобы ввести в формулу скорость в км/ч, воспользуемся следующим переводным коэффициентом

$$v = \frac{1000}{3600} V = \frac{1}{3,6} V \text{ м/сек.}$$

Подставляя это значение в равенство (и), получаем количество тепла, выделяемое трением в секунду при скорости  $V$  км/ч

$$Q = 0,00065 V \varphi x \text{ кал/сек.} \quad (35)$$

Распределяя затем это количество тепла между колодкой и ободом согласно (ж) и (з), получаем:

$$Q_k = 0,00195 V \varphi x \frac{F_k}{F_6 + 3 F_k} \quad (36)$$

и

$$Q_6 = 0,00065 V \varphi x \frac{F_6}{F_6 + 3 F_k}. \quad (37)$$

Подставляя же эти два значения соответственно в формулы (32) и (33), найдём:

$$\tau_k = \frac{0,00195 V \varphi x}{\alpha (F_6 + 3 F_k)} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha F_k}{G_k c} t} \right); \quad (38)$$

$$\tau_6 = \frac{0,00065 V \varphi x}{\alpha (F_6 + 3 F_k)} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha F_6}{G_6 c} t} \right). \quad (39)$$

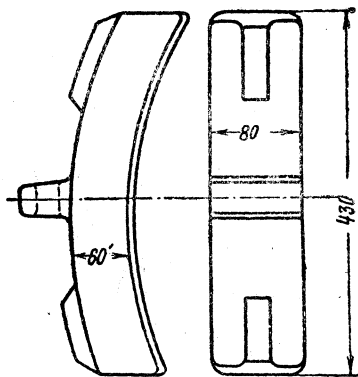
Эти две формулы являются общими для любых размеров тормозных колодок и колёс. По этим формулам определяется повышение температуры колодки или обода колеса через время  $t$  сек. после начала торможения при некоторой постоянной или среднепостоянной скорости  $V$  км/ч.



Хотя и получились две независимые формулы (38) и (39) нагрева колодки и обода, однако нет надобности пользоваться обеими. Найдя температуру по одной из них, например по (38) колодки, вторую температуру— для бандажа— легко найти из первой простым делением её на три, как это было обусловлено при выводе этих формул. Для удобства и облегчения применения этих формул ниже они даны с заменой букв цифрами, соответствующими стандартным размерам колодки и колеса, указанным на фиг. 53 и 54.

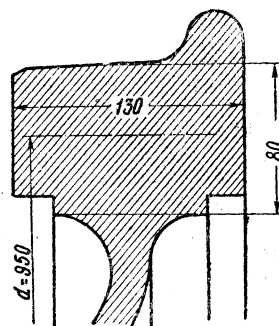
Напомним значения букв, входящих в формулы (38) и (39).

- $V$  — скорость поезда в км/ч;  
 $\varphi$  — коэффициент трения при данной скорости;  
 $x$  — полное нажатие на всю колодку в кг;  
 $G_k$  — вес колодки согласно фиг. 53—16 кг;  
 $G_б$  — вес обода колеса согласно фиг. 54—233 кг;  
 $F_k$  — поверхность охлаждения колодки согласно фиг. 53—920 см<sup>2</sup>;  
 $F_б$  — поверхность охлаждения обода колеса согласно фиг. 54—12 600 см<sup>2</sup>;  
 $\tau_k, \tau_б$  — нагрев или избыточные температуры над температурой наружного воздуха на поверхностях колодки и бандажа (°С);  
 $c$  — коэффициент теплоёмкости (средний для чугуна и стали—0,10 кал/кг°С);  
 $t$  — время от начала торможения в секундах;  
 $\alpha$  — коэффициент поверхностной теплопередачи в зависимости от скорости, согласно приведённым ниже формулам (40') и (40'') или графическому изображению на фиг. 55 (кал/см<sup>2</sup>·сек°С).



Поверхность колодки за вычетом поверхности трения 920 см<sup>2</sup> вес 16 кг

Фиг. 53. Величина поверхности и вес тормозной колодки



Поверхность обода условно:  
 $(0,13 \times 0,08) 2 \times 3,14 \times 0,95 = 1,26 \text{ м}^2$

Вес обода:  
 $1,3 \times 0,8 \times 3,14 \times 9,5 \times 7,5 = 233 \text{ кг}$

Фиг. 54. Величина поверхности и вес обода колеса

По опытам фирмы «АЕГ» для тяговых моторов и вообще для тел, находящихся снаружи вагонов, коэффициент  $\alpha$  рекомендуется брать в функции скорости  $V$  км/ч:

$$\alpha = 0,4 \cdot 10^{-6} (1 + \eta \sqrt{V}) \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot ^\circ\text{С}, \quad (40')$$

где  $\eta$  — берётся в зависимости от состояния поверхности.

Для поверхностей, не покрытых лаком,  $\eta = 0,6 — 0,7$ .

По другой формуле более простой, но несколько менее точной, даётся линейная зависимость:

$$\alpha = 0,4 \cdot 10^{-6} (1 + 0,2 V) \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot ^\circ\text{С}. \quad (40'')$$

Применительно к стандартным размерам тормозных колодок и колёс мы можем подставить в формулы (38) и (39) вместо букв следующие цифровые значения, которые уже указывались выше:  $F_k = 920 \text{ см}^2$ ,  $F_б = 12 600 \text{ см}^2$ ,  $G_k = 16 \text{ кг}$ ,  $G_б = 233 \text{ кг}$  и тогда формулы представятся в таком виде:

$$\tau_k = 0,126 \cdot 10^{-6} \alpha^{-1} V \varphi x (1 - e^{-575 \alpha t}), \quad (41)$$

$$\tau_б = 0,423 \cdot 10^{-6} \cdot \alpha^{-1} V \varphi x (1 - e^{-542 \alpha t}). \quad (42)$$

Эти формулы правильны для установившихся условий движения поезда, например, по длинному уклону горного участка пути, когда скорость его, хотя и не вполне постоянная, но может быть принята за среднюю постоянную путём деления всего пройденного пути на время. В этом случае и коэффициент трения колодок тоже может считаться величиной постоянной.

Практически тормозные колодки и ободы колёс нагреваются иногда при длительном торможении до высоких температур (табл. 9).

Таблица 9

Параметры, определяющие температуры колодки и обода колеса  $\tau_6$  при длительном торможении при нажатии на колодку 1 000 кг

$V$ км/ч	$\alpha$ кал/см <sup>2</sup> ·сек °С	$\varphi$	$\tau_k$ °С	$\tau_6 = \frac{\tau_k}{3}$ °С	575 $\alpha$
20	$1,4 \cdot 10^{-6}$	0,22	396	132	0,0008
30	$1,7 \cdot 10^{-6}$	0,18	399	133	0,0009
40	$1,9 \cdot 10^{-6}$	0,16	491	164	0,0010
50	$2,1 \cdot 10^{-6}$	0,14	420	140	0,0012
60	$2,2 \cdot 10^{-6}$	0,12	412	137	0,0013
80	$2,6 \cdot 10^{-6}$	0,10	388	129	0,0014
100	$2,8 \cdot 10^{-6}$	0,09	383	123	0,0016
120	$3,2 \cdot 10^{-6}$	0,08	378	126	0,0018
140	$3,3 \cdot 10^{-6}$	0,07	335	112	0,0019

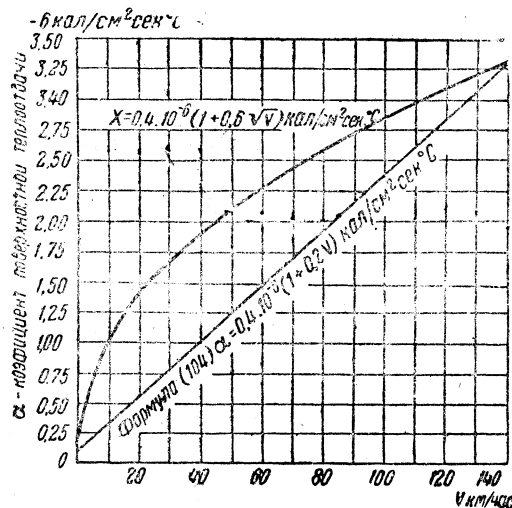
Температуры в столбцах  $\tau_k$  и  $\tau_6$  относятся к нажатию на колодку  $x = 1\ 000$  кг. Для определения температуры при другом нажатии  $x_1$  надо цифры столбца умножить на  $\frac{x}{1\ 000}$ .

Из таблицы видно, что температура колодки и бандажа при длительном торможении получается наиболее высокой при средней скорости около 40 км/ч,

а при высоких скоростях она даже меньше, чем при низких. Вообще же колебания температур при разных скоростях не очень большие. Это объясняется следующими обстоятельствами.

Чем больше скорость, тем меньше коэффициент трения  $\varphi$ , а коэффициент теплопередачи  $\alpha$ , наоборот, больше вследствие вихревого движения воздуха около колёс. Кроме того, как увидим ниже, раскалённый слой трущейся поверхности колеса тем тоньше, а температура его тем выше, чем больше скорость, и поэтому выход тепла из-под колодки наружу интенсивнее.

Определим ещё, в какой пропорции распределяется всё тепло трения между колодкой и ободом. Для этого обратимся к формулам (36) и



Фиг. 55. Коэффициенты теплоотдачи поверхностей колодки и обода колеса

(37), из которых находим интересующее нас соотношение:

$$\frac{Q_k}{Q_6} = \frac{0,00195}{0,00065} \cdot \frac{F_k}{F_6} = 3 \frac{F_k}{F_6}.$$

Из фиг. 53 и 54 имеем

$$F_k = 920 \text{ см}^2; F_6 = 12\ 600 \text{ см}^2.$$

Поэтому

$$\frac{Q_k}{Q_6} = \frac{3 \cdot 920}{12 \ 600} = 0,219$$

и

$$Q_k \approx 0,22 Q_6.$$

Всё количество вырабатываемого тепла равно

$$Q = Q_6 + Q_k$$

или

$$Q = Q_6 + 0,22 Q_6 = (1 + 0,22) Q_6.$$

Откуда

$$Q_6 = 0,82 Q, \quad (43)$$

т. е. 82% всего тепла уходит в сторону обода. При бакелитовых колодках вследствие их меньшей теплопроводности в сторону обода идёт ещё большее количество тепла.

Теперь рассмотрим, как развиваются температуры колодки и бандажа в функции времени  $t$  при непрерывном длительном торможении на спусках.

Для этого воспользуемся данными из табл. 9 и величиной в скобках формулы (41). Так как эта величина содержит основание натуральных логарифмов  $e$  в разных степенях, то для облегчения вычислений будем пользоваться табл. 10. Полученные результаты вычислений приводятся в табл. 11.

Таблица 10

Численные значения показательных функций  $e^n$  и  $e^{-n}$

$n$	$e^n$	$e^{-n}$	$n$	$e^n$	$e^{-n}$
0,02	1,020	0,980	2,0	7,39	0,14
0,04	1,041	0,961	2,1	8,12	0,12
0,06	1,062	0,942	2,2	9,03	0,11
0,08	1,083	0,923	2,3	9,98	0,10
0,10	1,105	0,904	2,4	11,0	0,091
0,12	1,127	0,887	2,5	12,3	0,083
0,14	1,151	0,868	2,6	13,5	0,074
0,16	1,173	0,852	2,7	14,8	0,067
0,18	1,195	0,837	2,8	16,4	0,061
0,20	1,224	0,817	2,9	18,2	0,055
0,3	1,34	0,74	3,0	20,1	0,051
0,4	1,49	0,67	3,1	22,0	0,045
0,5	1,64	0,61	3,2	24,5	0,041
0,6	1,82	0,55	3,3	27,0	0,037
0,7	2,00	0,50	3,4	30,0	0,033
0,8	2,22	0,45	3,5	33,1	0,030
0,9	2,46	0,41	3,6	36,6	0,027
1,0	2,72	0,37	3,7	40,5	0,025
1,1	3,00	0,33	3,8	44,7	0,022
1,2	3,32	0,30	3,9	49,4	0,020
1,3	3,70	0,27	4,0	54,6	0,018
1,4	4,06	0,25	4,1	59,9	0,017
1,5	4,50	0,22	4,1	66,7	0,015
1,6	4,95	0,20	4,3	74,0	0,014
1,8	6,05	0,17			
1,9	6,63	0,15			

При других нажатиях  $x$  кг табличные цифры температур помножаются на  $\frac{x}{1 \ 000}$ .

Графически табл. 11 представлена также на фиг. 56.

Исследование температур нагрева колодки и бандажа, указанное в табл. 11 и на фиг. 56, сделано только для скоростей в 20 и 140 км/ч с целью контрастного сравнения. На практике же едва ли когда-либо может быть случай длительного торможения при такой высокой скорости, как 140 км/ч на затяжном уклоне. Собственные сопротивления поезда при высоких скоростях настолько

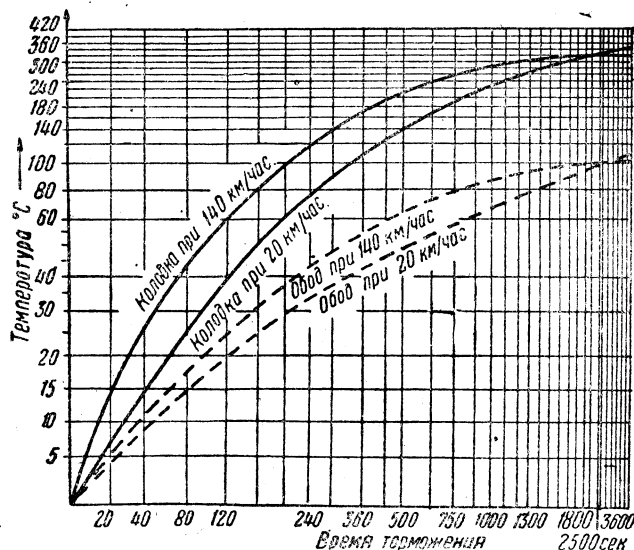
Таблица 11

Температура колодки и обода при продолжительном торможении,  
при нажатии  $x$  в 1000 кг в °C

$V$ км/ч	Время в сек.	20	30	60	90	180	360	720	1000	1500	3600
20	$\tau_k$	6	9	18	30	55	110	170	220	290	396
	$\tau_b$	2	3	6	10	18	37	56	73	96	132
140	$\tau_k$	15	22	35	55	90	180	245	300	320	335
	$\tau_b$	5	7	12	18	30	60	82	100	106	112

большие, что они сами по себе будут достаточным тормозом для поддержания скорости даже на очень крутых уклонах. Но данное теоретическое исследование имеет целью выяснить, что происходит с колодкой и ободом колеса по мере увеличения скорости или вообще при длительном торможении как на малой, так и большой скорости.

Рассматривая табл. 11 и график на фиг. 56, мы видим, что при более высоких скоростях обод и колодка скорее нагреваются, чем при малых скоростях, но по истечении 30 мин. движения поезда температуры, как при высокой, так и при низкой скорости становятся почти одинаковыми.



Фиг. 56. Температурный режим колодки и обода в функции времени торможения

попытки определения температуры вблизи поверхности трения. Для этого термопары помещались в гнездах на колесе в трёх точках на расстоянии друг от друга в 120°, а на колодке в двух точках по средней линии.

Введённые таким способом термопары внутрь обода колеса и колодки давали показания температур, приближающихся постепенно к температуре поверхности трения, пока, наконец, разрыв цепи термопары показал полный износ её контакта.

Температуры во время опытов отсчитывались каждые 10 сек. и последний отсчёт снимался в момент остановки колеса. Температуры, конечно, не могли быть замерены на самих поверхностях колёса и колодки, а замерялись на некотором расстоянии от них. На поверхностях колеса при нажатии на колодку 2700 кг была высокая температура, о чём можно было судить по тёмно-красному цвету.

В некоторых случаях при высоких скоростях, порядка 150 км/ч, поверхность колеса светилась яркокрасным цветом (соответствует температуре 830—850°). Красный цвет на поверхности колеса появлялся в виде подвижных круговых полос, которые перемещались с места на место, очевидно, в связи с изменением состояния поверхностей трения или меняющегося (вследствие неравномерного износа) удельного давления в разных местах трущихся поверхностей. Однако, несмотря на то, что поверхность колеса была раскалена до-красна, максимальная температура на расстоянии 6—8 мм от поверхности трения была всего лишь 190—200°. На колодке, где контакты термопары стояли ближе к поверхности и даже истирались, максимальная температура доходила до 620°.

Из этого следует, что поверхностные слои бандажа и колодки имеют высокую температуру, так что иногда при больших нажатиях на колодку до 5 000 кг поверхность её начинала плавиться, причём расплавленный металл не только выбрасывался снопом искр наружу, но некоторое его количество приваривалось к поверхности колеса, в то время как затылок колодки не показывал признаков чрезмерного накала.

#### б) Температурный режим трущейся поверхности обода колеса

Уже указывалось, что поверхностный нагрев обода колеса при торможении представляет собой явление вредное. В особенности на чугунных колёсах или на стальных, когда применяются неметаллические тормозные колодки, например на вагонах Московского метрополитена. Поэтому остановимся на этом явлении подробнее.

Если выделить на трущейся поверхности обода элементарную площадку и проследить за её рабочим циклом во время торможения, то мы прежде всего приходим к заключению, что эта площадка, так же как и всякая другая, периодически входит в тесный скользящий контакт с тормозной колодкой на короткий промежуток времени. Затем, выйдя из этого контакта, она остаётся свободной и открытой в течение времени в пять—шесть раз большего, после чего этот цикл повторяется снова. При этом каждый раз в моменты соприкосновения с колодкой она заряжается определённым количеством тепла, а выйдя наружу, начинает разряжаться, отдавая это тепло в две стороны: в окружающее пространство лучеиспусканием и конвекцией, а внутрь тела обода — кондукцией.

Так или иначе, но при каждом обороте колеса какая-то часть тепла, взятого площадкой от работы трения, попадает внутрь обода, увеличивая его тепло-содержание, а другая часть отдаётся в окружающее пространство.

Опыт показывает, что поверхность колеса после выхода из контакта с тормозной колодкой при более или менее значительной скорости, например 40 км/ч, накаливается весьма сильно, иногда до свечения, которое быстро исчезает уже на первой четверти окружности колеса, что свидетельствует о малой толщине раскалившегося слоя. Важно знать толщину этого слоя. Экспериментальным путём до сих пор не удалось её определить, поэтому займёмся этим определением путём расчёта.

Рассматривая раскалённый тонкий слой на поверхности трения обода как некий источник тепла, воспользуемся известным законом теплоотдачи, по которому то количество тепла  $dQ$ , которое проходит за время  $dt$  через элемент поверхности  $d\delta$  (в данном случае находящийся под раскалённым слоем в глубине обода), должно удовлетворять равенству

$$dQ = \lambda \frac{d\tau}{d\delta} df dt, \quad (44)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;

$\frac{d\tau}{d\delta}$  — температурный градиент по пути движения теплового потока.

С другой стороны, это же количество тепла  $dQ$  было получено поверхностью раскалённого слоя  $df$  обода в момент трущегося контакта с колодкой и это тепло успело проникнуть на глубину, равную толщине раскалённого слоя, т. е. успело зарядить элементарный объём  $\delta \cdot df$ , повысив его температуру на  $d\tau$ , соответственно его удельной теплоёмкости  $c$ . Поэтому на основании закона сохранения энергии должно существовать следующее равенство:

$$dQ = c \gamma \delta df d\tau, \quad (45)$$

где  $\gamma$  — удельный вес материала обода.

Так как в уравнениях (44) и (45) мы считаем количества тепла  $dQ$  одинаковыми, то правые части этих двух уравнений равны между собой, т. е.

$$\lambda \frac{d\tau}{d\delta} df dt = c \gamma \delta df d\tau.$$

Отделяя переменные и сокращая, получаем

$$\lambda dt = c \gamma \delta d\delta. \quad (45')$$

Нас интересует глубина  $\delta$  проникновения в глубь обода колеса того тепла, которое вырабатывается трением за время скольжения элементарной площадки обода по тормозной колодке. Глубину эту на ободу колеса будем называть «раскалённым слоем», понимая под этим наличие в нём избыточной температуры над той температурой, с которой элемент трущейся поверхности вошёл под колодку. Очевидно, что в раскалённом слое перепад температуры по толщине произойдёт от максимума до нуля. Затем по выходе трущейся поверхности из-под колодки наружу раскалённый слой стынет, отдавая тепло наружу и внутрь обода.

Элемент поверхности обода на пути трения о колодку заряжается определённым количеством тепла, получая быстрый подъём температуры, что будем называть «температурной вспышкой»; время продолжительности вспышки при скорости движения поезда  $V$  км/ч и при длине колодки  $l$  м будет равно

$$t = 3,6 \frac{l}{V} \text{ сек.} \quad (46)$$

Здесь множитель 3,6 служит для перевода км/ч в м/сек.

Интегрируя выражение (45'), получаем

$$\lambda \int_0^{t=3,6 \frac{l}{V}} dt = c \gamma \int_0^{\delta} \delta d\delta$$

или

$$3,6 \lambda \frac{l}{V} = \frac{1}{2} c \gamma \delta^2.$$

Откуда и находим формулу для определения искомой глубины проникновения тепла, т. е. толщины накаливаемого слоя той поверхности обода, которая только что вышла из-под колодки

$$\delta = \sqrt{7,2 \frac{\lambda l}{V c \gamma}} = 2,7 \sqrt{\frac{\lambda l}{V c \gamma}}, \quad (47)$$

где  $\delta$  — толщина накаливаемого слоя в см;

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности обода колеса, равный 0,00011 кал/см·сек°С,

$c$  — теплоёмкость стали 0,000115 кал/кг °С;

$\gamma$  — удельный вес стали — 7,5;  
 $l$  — длина колодки (стандартная 0,43 м);  
 $V$  — скорость поезда в км/ч.

Оказывается, что толщина накаливаемого слоя с перепадом температуры от максимума до нуля зависит только от одного параметра — скорости. Все же остальные величины являются физическими константами.

Поэтому формулу (47) можно написать в таком более удобном для применения виде:

$$\delta = 2,7 \sqrt{\frac{0,00011 \cdot 0,43}{0,000115 \cdot 7,5}} V^{-\frac{1}{2}},$$

или

$$\delta = 0,63 V^{-\frac{1}{2}}, \quad (48)$$

например, при скорости 40 км/ч ( $V/40 = 6,32$ ) имеем

$$\delta_{40} = \frac{0,63}{6,32} = 0,1 \text{ см} = 1 \text{ мм}.$$

При скорости, равной нулю, толщина слоя равна бесконечности в том смысле, что если есть приток тепла, то он будет углубляться бесконечно, не выходя из-под колодки.

При других скоростях толщина раскаленного слоя в общем изменяется в узких пределах, как это видно из табл. 12.

Т а б л и ц а 12

Толщина раскаленного слоя на поверхности обода колеса при выходе её из зоны трения о колодку

Скорость км/ч	1	5	10	15	20	40	60	100
Толщина раска- ленного слоя $\delta$ в см . . . . .	0,63	0,28	0,20	0,16	0,14	0,10	0,08	0,06

Эти данные открывают перед нами картину уноса тепла из фрикционно-теплотворного слоя, находящегося между трущимися друг о друга колодкой и ободом. Займемся подробным выяснением этого процесса.

Для этого снова возьмём под наблюдение элемент трущейся поверхности обода  $df$ , движущейся относительно колодки с какой-то скоростью  $V$  против часовой стрелки. С момента входа его под тормозную колодку в точке  $a$  (фиг. 57) начинается его трение и превращение работы трения в теплоту. Количество тепла, которое активизируется на элементарной площадке  $df$ , будет возрастать пропорционально пути. А так как накопление тепла возможно лишь в некотором объёме массы тела, теплоёмкость которого пусть будет  $c$ , то, следовательно, по мере прохождения пути, равного длине колодки  $l$ , тепло проникает на определённую глубину и накапливается скорее, чем может уйти. Вследствие этого температура трущегося телесного элемента начинает быстро подниматься, обуславливая своим напором продвижение тепла внутрь обода на некоторую глубину; но чем больше скорость  $V$ , тем на меньшую глубину тепло успеет проникнуть к моменту прихода трущегося элемента к точке  $b$  верхнего конца колодки.

Следовательно, выходя из-под колодки, рассматриваемый элемент поверхностного слоя оказывается заряженным определённым количеством тепла, температура которого будет зависеть от скорости его скольжения, обуславливающей толщину раскаленного слоя, а чем он тоньше, тем, конечно, будет выше его температура. Наше исследование направим теперь на определение температуры раскаленного слоя обода и на характер остывания его.

В дальнейшем наблюдаемый нами элемент площадью  $df$  будем мыслить себе в виде элементарного объема  $\delta df$ , где  $\delta$  есть толщина раскаленного слоя обода.

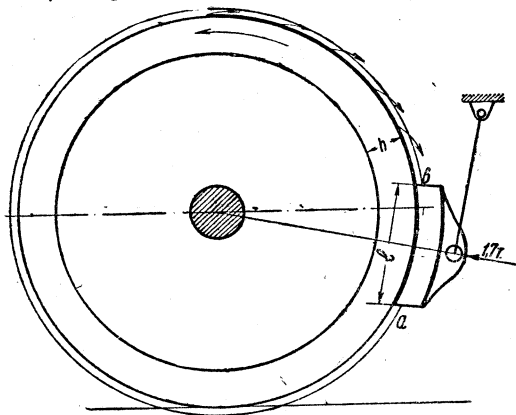
Определим прежде всего, какую температуру он приобретает, прийдя из нижнего конца колодки  $a$  в верхний её конец  $b$ .

Для этого обратимся к уравнению (45) с той лишь оговоркой, что из всего вырабатываемого трением тепла идёт в сторону обода только 82%, как это было выяснено выше формулой (43).

Поэтому напомним

$$0,82 dQ = c \gamma \delta df d\tau. \quad (a)$$

Значение букв указаны выше под выражением (47). Так как количество тепла, вырабатываемого трением, должно соответствовать количеству работы этого трения, то по отношению к рассматриваемому элементу должно существовать следующее равенство



$$dQ = \frac{1}{427} \varphi dx dl, \quad (б)$$

где  $\frac{1}{427}$  — механический эквивалент теплоты;

$x$  — давление колодки на обод;

$l$  — длина колодки в м;

$\varphi$  — коэффициент трения.

Нам уже известно из формулы (22), что

$$\varphi = \frac{12}{V + 40}. \quad (в)$$

Фиг. 57. Исследование выноса тепла ободом из-под колодки

Вводя значения (б) и (в) в уравнение (а), напомним его в следующем виде:

$$\frac{0,82}{427} \cdot \frac{12}{V + 40} dx dl = c \gamma \delta df d\tau. \quad (г)$$

Разделив обе части на  $df$  и заметив, что  $\frac{dx}{df}$  есть не что иное, как удельное давление колодки на обод, обозначаемое нами через  $\Delta x$ , получаем:

$$0,023 \frac{\Delta x}{V + 40} dl = c \gamma \delta d\tau.$$

Интегрируем левую часть в пределах длины колодки  $l$ , а правую в пределах температуры нагрева, считая от нуля до  $\tau$ :

$$0,023 \frac{\Delta x}{V + 40} \int_0^l dl = c \gamma \delta \int_0^\tau d\tau,$$

или

$$0,023 \frac{\Delta x l}{V + 40} = c \gamma \delta \tau.$$

Откуда и определяем температуру нагрева элемента в конце трения его о колодку:

$$\tau_{a-b} = \frac{0,023 \Delta x l}{c \gamma \delta (V + 40)}. \quad (49)$$



Для нажатия на колодку в 1,7 *m* или 5 *кг/см²* при стандартной колодке *l* = 0,43 *m*, коэффициенте теплоёмкости *c* = 0,000115, удельном весе стали 7,5 и толщине накаливаемого слоя согласно (48)  $\delta = 0,63 V^{-1/2}$  формула (49) получается в следующем виде:

$$\tau_{a-b} = \frac{0,023 \cdot 5 \cdot 0,43}{0,000115 \cdot 7,5 \cdot 0,63} \cdot \frac{\sqrt{V}}{V + 40},$$

а после вычисления

$$\tau_{a-b} = 92 \frac{\sqrt{V}}{V + 40}. \quad (50)$$

При выводе этой формулы не учитывался расход тепла вследствие внутренней кондукции ввиду кратковременности трения по колодке (например, при скорости 43 *км/ч* всего 0,01 сек.).

Таблица 13

Температурные «вспышки» за один проход элемента обода по всей длине стандартной тормозной колодки при нажатии 5 *кг/см²* при разных скоростях

Скорости км/ч	1	5	10	15	20	40	60	100
Температурные вспышки в °С	2,0	4,5	5,9	6,5	6,9	7,2	7,1	7,0

Из табл. 13 видно, что до скорости 40 *км/ч* температуры «вспышек» возрастают, а затем с увеличением скорости — уменьшаются. Объясняется это уменьшением коэффициента трения. Однако это не значит, что раскалённый слой обода претерпевает при малых и больших скоростях почти одинаковый температурный режим.

Частота температурных «вспышек» для каждого элемента обода в единицу времени пропорциональна скорости; температуры же после каждого оборота колеса накладываются одна на другую за вычетом той потери, которая получается вследствие охлаждения, пока рассматриваемый элемент находится обнажённым до повторного вхождения его в трущийся контакт с колодкой. При большой скорости уже через несколько десятков оборотов колеса температура может подняться на поверхности его на много градусов, в особенности при более сильных нажатиях на колодку, чем показано в таблице.

Теперь исследуем процесс затухания температурной вспышки, когда элемент раскалённого слоя обода находится вне зоны трения о колодку.

Допустим, что элемент площадью *df* и глубиной  $\delta$  после выхода из-под колодки, т. е. в момент окончания трения, имеет температуру нагрева (получив добавочную температуру), равную  $\tau$ , теплоёмкость *c*, обладает коэффициентом теплоотдачи в наружную атмосферу  $\alpha$ ; коэффициент же теплопроводности остальной массы обода под этим элементом обозначим через  $\lambda$ .

Предполагаем, что глубина  $\delta$ , равная толщине раскалённого слоя, теоретически остаётся постоянной во всё время движения по наружному пути до входа под колодку в точку *a*, а температура этого слоя понижается вследствие расхода тепла в обе стороны: наружу в окружающее пространство и внутрь тела обода. Тогда изменение количества тепла *dQ* в элементе слоя в течение времени *dt* должно балансироваться с указанным выше двусторонним расходом согласно следующему уравнению:

$$dQ = cdGd\tau = \alpha df \tau + \lambda df \frac{d\tau}{dh} dt, \quad (e)$$

где *dG* — вес элемента;

*h* — толщина обода;

$\alpha df \tau$  — теплоотдача наружу (закон Ньютона);

$\lambda df \frac{d\tau}{dh} dt$  — теплоотдача внутрь (закон Фурье).

В уравнении (е) отношение  $\frac{d\tau}{dh}$  представляет собой равномерный градиент температуры уходящего тепла от раскалённого слоя в сторону толщины обода  $h$ , на затылочной поверхности которого будем считать температуру, равную температуре окружающей среды (при непродолжительном торможении). Тогда это отношение, имеющее вообще конечную величину, можно заменить отношением

$$\frac{d\tau}{dh} = \frac{\tau}{h}. \quad (\text{ж})$$

С другой стороны, если разделить обе части уравнения (е) на  $df$ , то в левой получим отношение  $dG:df$ , но так как  $dG$  — элементарный вес, равный  $\delta\gamma df$ , то следовательно:

$$\frac{dG}{df} = \delta\gamma. \quad (\text{з})$$

Принимая во внимание (ж) и (з) и делая преобразования в уравнении (е), получаем:

$$\frac{d\tau}{\tau} = - \frac{\alpha + \frac{\lambda}{h}}{\delta\gamma c} dt. \quad (\text{и})$$

Интегрируя это уравнение для левой части в пределах температур от  $\tau_b$  у выхода из-под колодки до  $\tau_a$  у входа под колодку, а для правой — в пределах времени от нуля до  $t$  в том же порядке, получим:

$$\int_{\tau_b}^{\tau_a} \frac{d\tau}{\tau} = - \frac{\alpha + \frac{\lambda}{h}}{\delta\gamma c} \int_0^t dt. \quad (\text{к})$$

Время  $t$  определится путём деления пути, пройденного элементом  $df$  от  $b$  до  $a$ , на скорость его ( $V:3,6$ )

$$t = \frac{3,6}{V} (\pi d - l).$$

Здесь  $d$  — диаметр колеса;

$l$  — длина колодки;

3,6 — перевод км/ч в м/сек.

Беря интегралы (к), с заменой  $t$  указанным его значением, имеем:

$$\ln \frac{\tau_a}{\tau_b} = - \frac{\alpha + \frac{\lambda}{h}}{\delta\gamma c} \cdot \frac{3,6(\pi d - l)}{V} = AV^{-1},$$

где

$$A = 3,6 \frac{\alpha + \frac{\lambda}{h}}{\delta\gamma c} (\pi d - l), \quad (51)$$

откуда, потенцируя, получаем:

$$\tau_a = \tau_b e^{-AV^{-1}}, \quad (52)$$

т. е. зная температуру элемента раскалённого слоя у выхода из-под колодки, мы можем определить температуру его у входа под колодку при полном обороте колеса.

Величина  $A$  состоит из величин, которые легко определяются, именно:

$\alpha$  — коэффициент теплоотдачи, зависящий от скорости (по графику фиг. 55);

$\gamma$  — удельный вес стали 7,5;

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности стали 0,00014 кал/см<sup>2</sup> сек °С;

$h$  — толщина обода колеса полуизношенного — 7 см;  
 $\delta$  — толщина раскaлённого слоя (по табл. 12);  
 $c$  — коэффициент теплоёмкости = 0,00012 кал/кг°С;  
 $d$  — диаметр обода = 1 м;  
 $l$  — длина колодки = 0,43 м.

Подставляя данные цифры в (51), имеем

$$A = \frac{\alpha + \frac{0,00014}{7}}{\delta \cdot 7,5 \cdot 0,00012} 3,6 \cdot (3,14 - 0,43),$$

или

$$A = \frac{\alpha + 0,00002}{0,00009 \delta}. \quad (53)$$

Итак, нам известны: 1) повышение температуры каждого элемента поверхности обода при разовом проходе им зоны трения о колодку, т. е. известна температура вспышки, и 2) понижение этой температуры при проходе элементом наружной зоны охлаждения, что в сумме составляет один полный оборот поверхности колеса.

Имея эти данные, составим формулу нагрева поверхности обода во время торможения и формулу охлаждения её при дальнейшем следовании поезда без торможения.

В самом начале обод имеет температуру окружающего воздуха. Каждый элементарный участок его при трении о колодку вследствие начатого торможения получает повышение температуры в конце колодки  $\tau_b$ . Затем, попав в зону охлаждения, он приходит снова к тормозной колодке с температурой, согласно (52), равной

$$\tau_{a_1} = \tau_{b_1} e^{-AV^{-1}},$$

В дальнейшем символ  $e^{-AV^{-1}}$ , представляющий собой функцию скорости  $V$ , для сокращения обозначим через  $\beta$ :

$$e^{-AV^{-1}} = \beta, \quad (л)$$

и тогда предыдущее равенство напишется:

$$\tau_{a_1} = \tau_{b_1} \beta.$$

Совершив снова трение о колодку, элемент получает новое повышение температуры, т. е. новую вспышку на ту же величину  $\tau_{b_1}$  как в первый раз, т. е.

$$\tau_{b_2} = \tau_{a_1} + \tau_{b_1} = (1 + \beta) \tau_{b_1}$$

Охладившись по наружному пути, он приходит к колодке с другого её конца с температурой:

$$\tau_{a_2} = \tau_{b_2} \beta = (1 + \beta) \tau_{b_1} \beta = (\beta + \beta^2) \tau_{b_1}.$$

После прохода с трением по колодке он выходит в третий раз с новой добавочной температурой на величину  $\tau_{b_1}$ , т. е. с общей температурой:

$$\tau_{b_3} = \tau_{a_2} + \tau_{b_1} = (\beta + \beta^2) \tau_{b_1} + \tau_{b_1},$$

а охладившись наружу, приходит снова в третий раз к колодке в точку  $a$  с температурой

$$\tau_{a_3} = \tau_{b_3} \beta = [(\beta + \beta^2) \tau_{b_1} + \tau_{b_1}] \beta,$$

что после раскрытия скобок даёт

$$\tau_{a_3} = (\beta + \beta^2 + \beta^3) \tau_{b_1}.$$

Отсюда уже легко усмотреть закон образования формулы для  $n$  оборотов колеса, т. е.

$$\tau_{a_n} = (\beta + \beta^2 + \beta^3 + \dots + \beta^n) t_{b_1}. \quad (м)$$

Величина  $\beta$  по (л), как это видно ниже из табл. 14, меньше единицы, и поэтому выражение (м) представляет собой убывающую геометрическую прогрессию, сумма членов которой (в скобках) для  $n$  оборотов колеса равна:

$$s_n = \frac{\beta - \beta^{n+1}}{1 - \beta} = \frac{\beta - \beta^{n+1}}{1 - \beta}, \quad (н)$$

а для очень большого числа оборотов, т. е. в течение длительного времени,  $n$  можно считать условно равным  $\infty$

$$s_\infty = \frac{\beta}{1 - \beta}. \quad (о)$$

После прекратившегося торможения, но при продолжающемся движении, будет ли это на ходу поезда или сейчас же после его остановки, начинается остывание поверхности катания колеса по следующему закону.

В момент прекращения торможения на  $n$ -ном обороте колеса после начала торможения температура раскалённого слоя у колодки была  $\tau_{a_n} = \tau_{b_n}$ , т. е. у входа под колодку и у выхода из-под неё она одинакова или почти одинакова. После прихода данного места обода колеса (за один оборот его) опять к колодке температура этого места уже будет

$$\tau_{a_{n+1}} = \tau_{a_n} \beta;$$

при следующем обороте снова в том же порядке:

$$\tau_{a_{n+2}} = \tau_{a_{n+1}} \beta = \tau_{a_n} \beta^2$$

и вообще

$$\tau_{a_{n+k}} = \tau_{a_n} \beta^k,$$

или объединяя это выражение с выражением (м), в котором скобки заменяем формулой (н), получаем обобщённую формулу для подсчёта температуры обода к моменту следующего торможения:

$$\tau_{a_{n+k}} = \frac{\beta^{k+1} - \beta^{k+n+1}}{1 - \beta} \tau_{b_1}. \quad (54)$$

При  $k = 0$  имеем формулу (н). При  $n = \infty$  — формулу (о).

Значения букв:

$\tau_{a_{n+k}}$  — температура поверхности трения обода у входного конца тормозной колодки после  $n$  оборотов колеса во время торможения и  $k$  оборотов без торможения;

$\beta$  — согласно (л) равно  $e^{-AV^{-1}}$ ,

где  $e$  — основание натурального логарифма;

$A$  — берётся по формуле (53);

$V$  — скорость поезда в км/ч;

$\tau_{b_1}$  — повышение температуры трущегося о колодку элемента обода за один ход его от входного конца колодки до выходного конца её.

Из таблицы 14 (строка 7-я) мы видим, что функция  $e$  незначительно изменяется с изменением скорости  $V$ . Поэтому формулу (54) можно применять к средним скоростям как при торможениях на остановку поезда, так и при следовании его по перегонам.

Число  $n$  оборотов колеса во время торможения и  $k$  без торможения будем определять, считая, что на каждое 10 м пути колесо делает три оборота, исходя из расчёта

$$10 : \pi d \approx 3,$$

Таблица 14

Величины, входящие в формулу (54) для определения температуры поверхности трения обода

1. Скорость км/ч	1	5	10	15	20	40	60	100
2. Толщина раскалиённого слоя $\delta$ см	0,63	0,28 (по таблице 12)	0,20	0,16	0,14	0,10	0,08	0,06
3. Коэффициент теплоотдачи $\alpha$ кал/см <sup>2</sup> ·сек °С	$0,40 \cdot 10^{-6}$	$0,55 \cdot 10^{-6}$ (по фиг. 55)	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$2,25 \cdot 10^{-6}$	$2,85 \cdot 10^{-6}$
4. Температурная вспышка °С	2,0°	4,5°	5,9°	6,5°	6,9°	7,2°	7,1°	7,0°
5. $A$ по (53)	0,36	0,8	1,1	1,5	1,6	2,4	2,9	4,1
6. $AV^{-1}$	0,36	0,16	0,10	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04
7. $e^{-AV^{-1}} = \beta$	0,70	0,85	0,89	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96

где  $d$  — диаметр колеса, равный или немного больше 1 м.

Принимая эти замечания, решим для примера такую задачу.

В метрополитене торможения производятся в среднем со скорости 40 км/ч. Тормозной путь около 120 м, поэтому  $n = 36$ . Расстояния между станциями 1000 м; следовательно,  $k$  равно 300 оборотам. Спрашивается: 1) насколько нагревается поверхность катания обода колеса во время торможения, 2) насколько успевают эта поверхность и обод остыть до следующего торможения?

По формуле (54)

$$\tau_{a_{n+k}} = \frac{\beta^{k+1} - \beta^{k+n+1}}{1 - \beta} \tau_b.$$

Значения букв  $\tau_b$  и  $\beta$  берём из табл. 14, строки 4-я и 7-я для скорости 40 км/ч, а именно:

$$\tau_b = 7,2^\circ \text{ и } \beta = 0,94.$$

Для ответа на первый вопрос — как нагревается верхний слой обода колеса во время торможения — надо принять  $k = 0$  (число оборотов колеса без торможения).

Подставляя все эти цифры, получаем:

$$\tau_{36} = \frac{\beta - \beta^{37}}{1 - \beta} \tau_b = \frac{0,94 - 0,94^{37}}{1 - 0,94} \cdot 7,2;$$

$$37 \lg 0,94 = 37 \cdot \bar{1},973 = \bar{1},001.$$

Этому логарифму соответствует число 0,10, и тогда

$$\tau_{36} = \frac{0,94 - 0,10}{1 - 0,94} \cdot 7,2 = 97^\circ.$$

Поверхностный слой трения на ободе колеса нагрелся до 97°. Так как на стоянке конвекционный унос тепла почти отсутствует, а блестящая поверхность ввиду применения бакелитовых колодок почти не даёт излучения, то можно считать, что всё тепло осталось в ободе.

При ходе поезда до следующей станции, отстоящей на расстоянии 1 км, колесо делает 300 оборотов плюс при торможении 36, т. е.

$$k = 300, n = 36.$$

Подставляя эти цифры в формулу (54) и беря те же значения  $\tau_b$  и  $\beta$ , что и выше, имеем:

$$\tau_{36+300} = \frac{0,94^{301} - 0,94^{337}}{1 - 0,94} \cdot 7,2.$$

Логарифмируем

$$301 \cdot \lg 0,94 = 301 \cdot \bar{1},973 = \bar{9},873,$$

$$337 \cdot \lg 0,94 = 337 \cdot \bar{1},973 = \bar{10},901.$$

Этим логарифмам соответствуют следующие числа и их разность:

$$10^{-9} \cdot 0,74 - 10^{-9} \cdot 0,08 = 10^{-9} \cdot 0,66,$$

поэтому

$$\tau_{36+300} = \frac{10^{-9} \cdot 0,66}{1 - 0,94} \cdot 7,2 \approx 0^\circ.$$

Таким образом, на расстоянии пройденного пути колесом в 1 км происходит почти полное остывание поверхностного слоя бандажа.

И это понятно, так как нагрелся при торможении не весь обод, а всего лишь тонкий поверхностный слой его глубиной около 1 мм до температуры около  $100^\circ$ . Но при частых торможениях в течение нескольких часов всё же может накопиться тепло, тем более что этому способствуют удары на стыках и трение качения колеса по рельсу.

#### в) Влияние поверхностного нагрева от трения на обод колеса

Прежде всего выясним, в какую сторону раскалённый слой поверхности трения обода расходует тепло больше: на теплоотдачу во внешнюю атмосферу или на теплопередачу внутрь обода.

Закон теплообмена между поверхностью твёрдого тела и окружающей его воздушной средой формулируется в следующем наиболее простом виде:

$$dQ_1 = \alpha \tau df dt. \quad (a)$$

Здесь  $\tau$  — избыточная температура поверхности над температурой окружающего воздуха,  $df$  и  $dt$  — элементы площади и времени, а  $dQ_1$  — отданное количество тепла наружу.

Количество же тепла, отдаваемого элементом поверхности  $df$  внутрь обода теплопроводностью за тот же промежуток времени, равно:

$$dQ_2 = \lambda \frac{\tau}{h} df dt, \quad (б)$$

где  $\frac{\tau}{h}$  — температурный градиент;

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности;

$dQ_2$  — отданное количество тепла внутрь обода.

Отношение расхода тепла наружу к расходу внутрь равно

$$\frac{dQ_1}{dQ_2} = \frac{\alpha h}{\lambda},$$

откуда

$$Q_2 = Q_1 \frac{\lambda}{\alpha h}. \quad (в)$$

Численные значения  $\alpha$  для разных скоростей движения поезда по формуле (40) следующие:

$$\text{для } V = 0 \quad \alpha = 0,4 \cdot 10^{-6};$$

$$\text{» } V = 40 \quad \alpha = 1,8 \cdot 10^{-6};$$

$$\text{» } V = 100 \quad \alpha = 2,8 \cdot 10^{-6}.$$

Коэффициент теплопроводности  $\lambda$  считаем равным  $0,12 \cdot 10^{-3}$ .

Величину  $h$ , как толщину среднеизношенного бандажа, принимаем 6 см.

Тогда по (в) получаем:

$$\text{при скорости } V = 0 \quad Q_2 \approx 45 Q_1;$$

$$\text{» } V = 40 \quad Q_2 \approx 10 Q_1;$$

$$\text{» } V = 100 \quad Q_2 \approx 7 Q_1.$$

Из этого следует, что в сторону обода идёт значительно больше тепла, чем наружу: при скорости нуль в 45 раз, при скорости 40 км/ч в 10 раз и при 100 км/ч — в 7 раз.

Вообще, температурный режим верхнего слоя бандажа во время тормозных операций является напряжённым. Он состоит в следующем.

В процессе короткого, но сильного торможения на цилиндрической поверхности обода образуется тонкий раскалённый слой. Вследствие температурного расширения он стремится к удлинению по окружности обода и к увеличению своего диаметра. Но будучи удерживаемый остальной частью обода, не получившей нагрева, он остаётся в нагретом состоянии такой же длины, как был в холодном виде, и поэтому испытывает внутреннее продольное напряжение сжатия.

Удлинение литой стали при изменении температуры от 0 до 150—170°  $\epsilon = 0,002$  (относительно [первоначальной длины]). С другой стороны, известно, что

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E},$$

где  $\sigma$  — напряжение в кг/см<sup>2</sup>, а  $E$  — модуль упругости. Принимая последний для стали 2 200 000, определяем напряжение:

$$\sigma = E \epsilon$$

или

$$\sigma = 2\,200\,000 \cdot 0,002 = 4400 \text{ кг/см}^2.$$

Для сжатия это будет предельное напряжение, но при многократном повторении оно подготавливает разрушение.

Когда поверхность обода матовая, то она не имеет твёрдой плёнки и поэтому не столь чувствительна к деформациям и хорошо излучает тепловую энергию, ввиду чего поверхностный слой на стоянке быстрее стынет. Но когда поверхность блестит вследствие применения неметаллических колодок, то лучеиспускание почти отсутствует, поверхность от постоянного её выглаживания находится в состоянии «закалки», и потому менее устойчива на деформации, и теплота от неё почти полностью излучается внутрь обода.

Если поезд после короткой стоянки отправляется дальше, то в пути из-за усиленной вихревой вентиляции воздуха около обода получается интенсивный унос тепла с самой поверхности обода, в то время как глубже лежащие слои материала ещё не успели остыть. Поэтому вследствие теплового расширения диаметр окружности колеса увеличивается, а самый верхний тонкий, непосредственно соприкасающийся с воздухом слой, или вернее плёнка, сокращаясь от остывания, начинает натягиваться и в результате если не сразу, то после нескольких таких повторений даёт микроскопические трещинки, которые со временем умножаются и углубляются, образуя на поверхности обода сетку, понижающую его прочность и долговечность службы.

На колёсах товарных вагонов надземных железных дорог стальные ободы не страдают столь сильно от рассмотренных температурных деформаций ввиду

не частых и не сильных торможений. Но на чугунные колёса температурные деформации всё же иногда отражаются по причине значительно меньшей величины модуля упругости чугуна.

## § 21. СЦЕПЛЕНИЕ КОЛЁС С РЕЛЬСАМИ

### А. КОЭФИЦИЕНТЫ СЦЕПЛЕНИЯ КОЛЁС С РЕЛЬСАМИ

Одним из важнейших вопросов в тормозном деле является вопрос о наилучшем использовании сцепления между колёсами и рельсами. Для этого нужно прежде всего знать максимальную границу сцепления.

Выявление этой границы оказывается задачей довольно трудной. И действительно, если весьма просто измерить коэффициент сцепления колеса с рельсом, когда колесо находится в состоянии покоя, то гораздо сложнее и труднее определить его величину при таких скоростях движения поездов, которые предусмотрены расписаниями.

Теоретически свободно катящееся колесо по рельсу имеет в точках их взаимного касания непрерывно меняющиеся мгновенные центры, вокруг которых центр колеса в каждое новое мгновение стремится описать дугу одного и того же радиуса. Ввиду этого геометрическое место перемещения центра колеса является прямой линией, параллельной рельсу. Из этого следует, что точки касания колеса с рельсом не имеют поступательного движения относительно рельса в те моменты, когда наступает касание. В этом случае коэффициент сцепления колеса с рельсом как при покое, так и при любой скорости является величиной постоянной, отвечающей состоянию покоя.

Но в реальных условиях дело обстоит далеко не так просто. Колесо под нагрузкой получает некоторую деформацию в том месте, где оно касается рельса, и само производит некоторое вдавливание в рельс, т. е. получается обоюдная деформация в месте контакта их. Следовательно, колесо касается рельса не в одной точке, а некоторой искажённой цилиндрической поверхностью.

Кроме того, поверхность рельса в продольном направлении, так же как и поверхность катания колеса, не является идеально правильной; круги катания колёсной пары при неизбежном её боковом влиянии переходят с одних диаметров на другие, не всегда одинаковые на обоих колёсах одной и той же оси; вертикальные колебания кузова вагона дают мгновенные изменения нагрузки на колёса; наличие кривизны пути при закруглениях, удары на стыках, стрелочные и крестовинные переходы и т. д. — всё это влияет отрицательно на величину силы сцепления. Вполне очевидно, что все эти причины тем сильнее проявляются, чем выше скорость, т. е. они являются функциями от скорости.

Ввиду наличия такого множества не поддающихся измерению факторов, влияющих на коэффициент сцепления, величина последнего может быть определена лишь в результате многократных опытных испытаний как средняя, зависящая главным образом от скорости.

Несмотря на то, что такие испытания производились многими лицами в различных странах, до сего времени ещё не установилась окончательная точка зрения на характер зависимости коэффициента сцепления колеса с рельсом от скорости. Более определённо известно лишь то, что коэффициент сцепления не зависит от величины нагрузки на колесо в пределах эксплуатационных норм её изменения. Последнее легко объясняется тем, что удельные давления между колесом и рельсом настолько велики, что пластическая деформация соприкасающихся мест находится за пределами упругости и, следовательно, полнота контакта является абсолютной без малейших прогалин, и остаётся такой независимо от изменений нагрузки.

Чтобы получить ясное представление о происходящей деформации и о величине удельного давления между колесом и рельсом, рассмотрим, какую величину представляет собой та площадка, которая образуется между ними вследствие деформации их под тем или иным давлением при данном диаметре колеса.



В 1934 г. инженер Мецков получил эти площадки, прокладывая между колесом и рельсом натёртую углём папиросную бумагу для получения отпечатка. Этот отпечаток после снятия планиметрировался <sup>1</sup>. На фиг. 58 представлены некоторые образцы этих снимков. Как мы видим, все площадки слегка овальные. В табл. 15 даны средние величины площадок и удельные давления, воспринимаемые ими от рельсов при разных диаметрах колёс и нагрузках на них.

Таблица 15

Обмер площадок и средние удельные давления между колёсами и рельсами

Давление колеса на рельс	Диаметр колеса 1 000 мм		Диаметр колеса 1 500 мм		Диаметр колеса 2 000 мм	
	средняя величина площадки	среднее удельное давление	средняя величина площадки	среднее удельное давление	средняя величина площадки	среднее удельное давление
	см <sup>2</sup>	кг/см <sup>2</sup>	см <sup>2</sup>	кг/см <sup>2</sup>	см <sup>2</sup>	кг/см <sup>2</sup>
5,1	2,09	2440	2,40	2130 (0,87)	2,86	1780 (0,73)
7,5	2,54	2950	2,93	2560 (0,90)	3,48	2160 (0,73)
10,1	2,93	3450	3,33	3030 (0,88)	3,99	2540 (0,74)

Цифры в скобках показывают уменьшение удельного давления по сравнению с давлением колеса диаметром 1 000 мм при той же нагрузке.

Из табл. 15 видно, что удельные давления между колёсами и рельсами в местах их касания доходят до предельных напряжений металла. Если эти напряжения выдерживаются в службе достаточно стойко, то благодаря лишь тому, что от постоянного катания образуется на поверхностях колеса и головки рельса «наклёп», производящий значительное поверхностное упрочнение металла. Закалённый наклёпом тонкий слой (до твёрдости на свободной поверхности 350 единиц по Бринелю) упруго передаёт сосредоточенное давление (по закону пластической деформации) на глубже лежащую массу материала.

Как известно, максимальное удельное давление цилиндра на плоской поверхности может быть вычислено по формуле Герца, имеющей следующий вид:

$$P = 0,42 \sqrt{\frac{P' E}{r}},$$

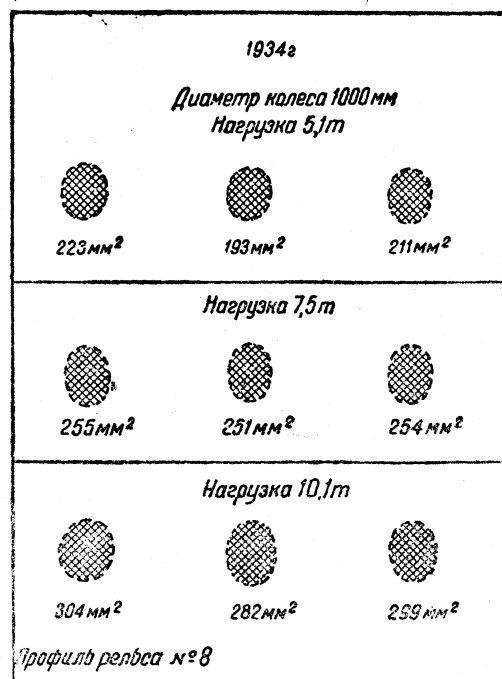
где  $P$  — максимальное удельное давление;

$P'$  — давление между цилиндром и поверхностью на 1 см длины соприкосновения;

$E$  — модуль упругости кг/см<sup>2</sup>;

$r$  — радиус цилиндра в см.

В нашем случае, беря из таблицы давление колеса, при ширине головки



Фиг. 58. Образцы отпечатков площадок между колёсами и рельсами

<sup>1</sup> «Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens», 1 июля 1934 г. «Исследование условий сцепления между колёсами и рельсами».

рельса в соприкосновении с бандажем, равной 4 см, и радиусе колеса 50 см, получаем  $P_1 = 10,1 \cdot 1000 : 4 = 2\,525 \text{ кг/см}$

$$P = 0,42 \sqrt{\frac{2\,525 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{50}} = 4\,220 \text{ кг/см}^2.$$

Измерение, сделанное на опыте, как это видно из табл. 15, дало величину  $3\,450 \text{ кг/см}^2$ . Это расхождение можно объяснить только тем, что по формуле Герца определяется максимальное удельное давление, которое имеется в середине площадки. По мере приближения к краям площадки давления уменьшаются. В табл. 15 путём деления полного давления на площадь отпечатка определяется среднее удельное давление, которое в этом случае составляет

$$\frac{3\,450}{4\,220} \cdot 100 = 82\%$$

от максимального.

Из указанных выше данных видно, что сила давления колеса на рельс близка к силе внутреннего сопротивления крепости бандажной и рельсовой стали. Поэтому можно было бы предположить, что поверхность касания перестает быть в механическом отношении поверхностью раздела. При действии противоположных сил  $RR$  (фиг. 59), весьма близких одна к другой (как касательная сила на ободе колеса и реакция рельса), они могут создать сдвиг (т. е. одновременно нарушить сцепление частиц по всему сечению) лишь при той величине, которая потребна для срезывания вообще сплошного металла.



Фиг. 59. Срезающие силы при юзе

Из опытных данных известно, что отношение между сопротивлением срезыванию и сопротивлением сжатию или разрыву для железа и стали доходит до 0,75 — 0,90. С другой стороны, испытания по определению коэффициентов сцепления при сухих рельсах показывают, что величина коэффициентов сцепления колеблется от 0,25 до 0,35.

Из этого следует, что сопротивление на срез мельчайших горизонтальных упоров на рельсе и на бандаже требует примерно в три раза меньшего усилия, чем для среза той же площади монолитного строения сплошного металла.

Эти соображения относятся к стационарным условиям неподвижного колеса. При движении же с увеличением скорости коэффициент сцепления, как было выяснено выше, ещё более уменьшается.

В этом отношении в настоящее время имеются следующие, изображённые графически на фиг. 60, данные.

1. По опытам Мюллера и Вирхерта коэффициент сцепления подчиняется закону, выраженному формулой

от

$$\psi = \frac{0,32}{1 + 0,01 V}$$

до

$$\psi = \frac{0,32}{1 + 0,10 V},$$

где  $V$  — скорость в км/ч (журнал «Les chemins de fer», март, 1934 г.).

2. При тяговых расчётах коэффициент сцепления паровозов и тепловозов предлагается принимать по формуле

$$\psi = \frac{1}{\alpha + 0,035 V},$$

где коэффициент  $\alpha$  при разных условиях колеблется от 3,8 до 4,7 (проф. А. М. Бабичков и В. Ф. Егорченко «Тяга поездов», 1938 г., Трансжелдориздат, стр. 59).

3. По опытам Мецкова коэффициент сцепления не зависит от скорости.

Ссылаясь на опыты Гальтона в 1878 г. и разрабатывая свои материалы, он считает, что

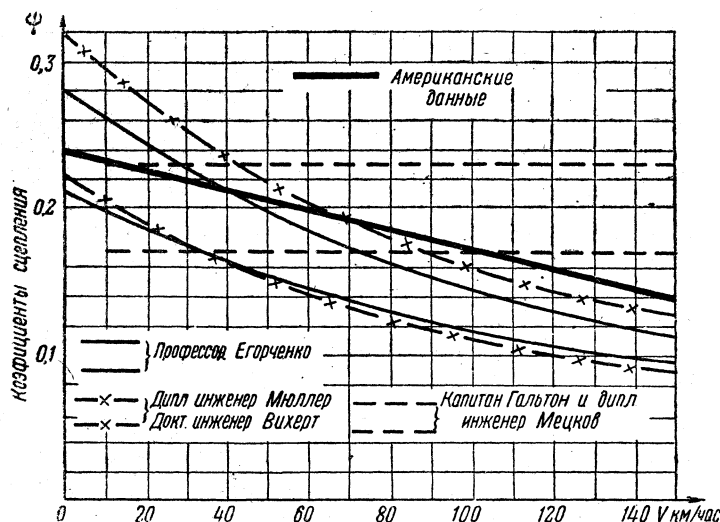
$$0,23 > \psi > 0,17,$$

но рекомендует для большей надёжности при расчётах принимать  $\psi = 0,15$ , («Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens», июль, 1934 г.).

4. По американским данным, полученным из опытов над высокоскоростными поездами («Railway Mech. Eng.» № 3, 1934 г. и др.) статическая величина коэффициента сцепления, когда колесо находится в покое приблизительно

$$\psi = \text{от } 0,24 \text{ до } 0,27,$$

но с возрастанием скорости возникает (вследствие влияния неровностей поверхности пути, в особенности на стыках) вертикальное ускорение колёсной пары и кузова вагона, что даёт мгновенное изменение давления на рельсы. Во время таких кратковременных разгрузок заторможенные колёса могут умень-



Фиг. 60. Сравнительные данные о коэффициентах сцепления колёс с рельсами

шать скорость своего вращательного движения и давать начало скольжения в виде слабого подкальзывания.

Если же скольжение уже началось, хотя бы даже и в малой степени, то тем самым создаётся условие, приводящее колёсную пару к полному юзу. Происходит это потому, что всякая малейшая задержка вращения, с одной стороны, уменьшает коэффициент сцепления, а с другой, — увеличивает коэффициент трения тормозных колодок в прогрессирующем порядке по мере замедления вращения колёс при продолжающемся их поступательном движении вместе с поездом.

Таким образом, по американским данным, коэффициент сцепления колёс с рельсом с увеличением скорости не изменяется, а изменяется лишь характер переменной нагрузки на колёса, но так как сила сцепления равна произведению давления на коэффициент сцепления ( $b = q\psi$ ), то лишь условно можно считать, что  $q$  постоянно, а  $\psi$  переменен.

Исходя из этих соображений, была найдена условная кривая коэффициентов сцепления в зависимости от скорости. Эта кривая оказалась весьма близкой к прямой и поэтому для практических подсчётов она принята за прямую, т. е. коэффициент сцепления считается линейной функцией, имеющей начальную величину 0,24 при скорости, равной нулю, и 0,14 при скорости 150 км/ч.

Называя буквой  $k$  тангенс угла наклона линии, которая изображает на диаграмме (фиг. 60) зависимость величины коэффициента сцепления от скорости  $V$  км/ч, определим его величину из соотношения:

$$k = (0,24 - 0,14) : 150 = 0,0007.$$

А так как начальная величина  $\psi_0 = 0,24$ , то функция найдётся, как

$$\psi = 0,24 - 0,0007 V. \quad (55)$$

Среди указанных выше четырёх типов кривых зависимости коэффициента трения от скорости американская кривая показана жирной линией (фиг. 60). Она лежит внутри всех других кривых, наиболее проста по форме и является результатом тормозных исследований на таких ответственных поездах, как высокоскоростные. Ввиду этого можно рекомендовать применять американскую линейную зависимость коэффициента сцепления  $\psi$  от скорости  $V$  для решения всех тех тормозных вопросов и задач, в которые входит коэффициент сцепления колёс с рельсами.

Ввиду медленного изменения величины коэффициента сцепления в функции от скорости можно условиться для небольших изменений скоростей, например, на 10—15 км/ч, считать коэффициент этот величиной постоянной.

Все рассмотренные выше коэффициенты сцепления, равно как и последний рекомендуемый, относились к сухим колёсам и к чистым сухим рельсам. Но и при сильно смоченных рельсах, например во время непрерывного дождя, можно считать, что коэффициент сцепления колёс с рельсами остаётся таким же, как и при сухих рельсах. Совсем другое дело, когда рельсы только слегка влажны, например во время тумана, росы или начинающегося дождя. В этом случае можно считать, что величина коэффициентов сцепления уменьшается на 20—30%. Но при этом надо принять во внимание, что и коэффициент трения тормозных колодок о колёса также несколько уменьшается (см. § 17), так как влажность рельса на ходу поезда передаётся от рельсов на колёса широкой лентой благодаря извилистому движению колёсной пары по ним.

## Б. ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ ЮЗА

### а) Общие сведения

Происходящее иногда скольжение колёс по рельсам во время торможения, так называемое заклинивание колёс, линейные работники называют юзом. Это слово уже вошло в литературный обиход, оно кратко, удобно. Давность существования его почти такая же, как давность железных дорог в России. Поэтому мы будем в дальнейшем свободно пользоваться им, как общеизвестным и признанным на железнодорожном транспорте, наравне с другими техническими специальными словами.

Юз появляется от чрезмерного нажатия тормозных колодок на колёса или от уменьшения силы сцепления колёс с рельсами по какой-либо причине во время торможения.

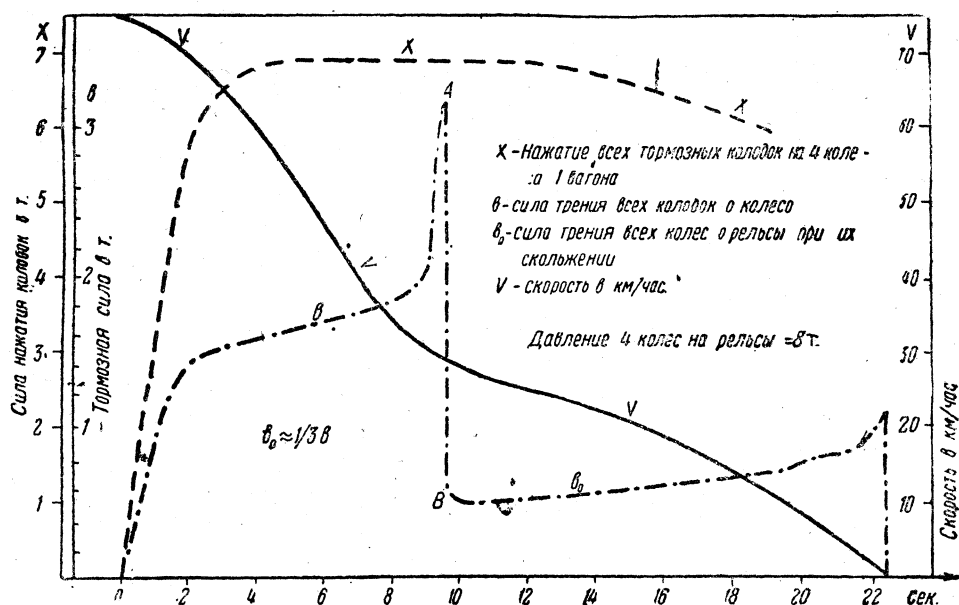
Кратковременный юз на коротком пути—одного-двух десятков метров—не является чем-нибудь опасным. Опасным является затяжной юз, возникающий незаметно и продолжающийся на протяжении нескольких километров или даже на протяжении целого перегона при следовании поезда от станции до станции. Он может быть причиной аварии, задержки движения, порчи подвижного состава и верхнего строения пути.

Явление юза хорошо известно на практике, но теоретически ещё не исследовано. Поскольку оно относится к разряду особого вида трения, целесообразно его включить в рамки данной работы по теории трения и всесторонне исследовать, тем более что по этому вопросу имеются у практиков разногласия и не всегда ясные представления.

Трение колёс о рельсы при юзе значительно отличается от обычного трения тормозных колодок о колёса. Основное отличие заключается в чрезвычайно больших удельных давлениях между трущимися поверхностями, в быстром износе этих поверхностей, в быстром увеличении площади поверхности трения по мере износа, в разнородности строения трущихся поверхностей: одна—на головке рельса гладкая, упрочнённая наклёпом, другая—ползун на поверхности катания колёс, ослабленная трением при быстром износе, сильным нагреве.

Глубоко изучать это своеобразное трение нет особой практической необходимости. Гораздо важнее исследовать условия и причины, которые приводят колёсную пару к состоянию затяжного юза, на такое расстояние, какое совершенно недопустимо ввиду вредных последствий, заключающихся в следующем.

Когда образовавшаяся на колесе в результате юза выбоина достигнет глубины более 3 мм, то во время хода поезда появляются резкие удары колеса по рельсам. Когда же глубина выбоины доходит до 5 мм и более, то удары становятся очень сильными, начинают расстраивать рессорное строение подвижного состава и портить рельсы в такой степени, что зимой во время сильных морозов появляются массовые трещины и поломки их. Испорченный юзом скат служит причиной преждевременной подъёмки вагона, задержки груза, а сам скат поступает в обточку раньше срока для снятия с него большого слоя здорового металла из-за одной местной выбоины.



Фиг. 61. Явление юза во время торможения

Не всякий юз, однако, как указывалось выше, является столь вредным. При скорости не более 10—15 км/ч на протяжении 10—20 м скольжения вагонного ската (что бывает иногда при экстренном или полном торможении) вредных последствий не замечается. Если при этом имеется некоторый механический отрыв частиц металла с поверхности соприкосновения обода колеса с рельсом, то он настолько незначителен (0,3—0,5 мм), что находится внутри допуска на неточность обточки колеса. После сотни оборотов колеса на ходу поезда это место совершенно закатывается.

Исключение в данном случае составляют, однако, локомотивы и в особенности паровозы ввиду больших нагрузок на оси, неполной уравновешенности их и спаренности.

Для иллюстрации получающегося на ходу поезда юза на фиг. 61 показан искусственный опыт Гальтона. На диаграмме имеются кривые: скорости  $V$ , нажатия тормозных колодок  $x$  в тоннах и кривая тормозной силы  $b$  тоже в тоннах, но по другому масштабу.

Из этой диаграммы видно, что в момент начала торможения скорость поезда составляла 75 км/ч. Затем по мере возрастания силы нажатия  $x$  на колодки соответственно увеличивается тормозная сила  $b$ , вследствие чего скорость начинает уменьшаться. На четвертой секунде после начала торможения нажатие тормоз-

ных колодок  $x$  достигает  $7\text{ м}$ , что при давлении колёс на рельсы в  $8\text{ м}$  составляет  $87,5\%$ . Скорость к этому времени уже снизилась до  $60\text{ км/ч}$ , при которой коэффициент трения имеет такую величину, что сила трения колодок  $b$ , равная  $1,5\text{ м}$ , ещё не превышает силу сцепления колёс с рельсами. Но через  $8,3\text{ сек.}$  (от начала торможения) вследствие повышения коэффициента трения по причине уменьшения скорости до  $32\text{ км/ч}$  сила трения колодок достигает величины  $2\text{ м}$ .

Сцепление колёс с рельсами при этой силе переходит свою критическую границу и поэтому начинается пусковой момент, т. е. мгновенные центры касания колёс с рельсами начинают получать поступательные движения вдоль рельса, колёса начинают подскальзывать и замедлять своё вращательное движение.

Вследствие этого получается также и замедление скорости трения колодок о колёса, влекущее за собой увеличение коэффициента трения, следовательно и силы трения, до величины, обозначенной на диаграмме буквой  $A$ . Эта точка на 9-й сек. соответствует окончательной остановке вращения колеса. Роли теперь меняются: колодки пришли в состояние статического сцепления с колёсами, а колёса на рельсах пришли в состояние динамического трения; процесс превращения работы трения в теплоту перешёл от поверхности трения колодок о колесо к поверхностям трения колёс о рельсы.

В связи с этим тормозная сила трения сразу падает до  $0,6\text{ м}$ , т. е. становится втрое меньше той средней силы трения колодок о колёса, которую мы наблюдали на 4-й секунде, когда колёса ещё вращались без малейшего скольжения. Вследствие этого замедление поезда стало меньшим, а тормозной путь стал большим. Дальше на диаграмме замечаем, что сила трения скользящих колёс по рельсам понемногу возрастает по мере уменьшения скорости. Это повышение объясняется известным законом, по которому коэффициент трения увеличивается по мере уменьшения скорости.

В этом примере, взятом из опытов Гальтона, юз получился при скорости  $30\text{ км/ч}$ , что безусловно недопустимо в условиях нормальной эксплуатации, так как при такой скорости получаются на колёсах большие выбоины и тормозной путь значительно увеличивается. И действительно, такие случаи, когда юз начинается при скорости выше  $15\text{ км/ч}$ , почти не бывают. Наоборот, юз часто можно видеть при экстренном торможении, когда скорость становится меньше  $15\text{ км/ч}$ , о чём речь была выше.

Самым вредным и опасным для эксплуатации является з а т я ж н о й ю з, который получается незаметным образом вследствие неотпуска какого-нибудь тормоза в поезде, после прибытия на станцию или из-за самоторможения или прихватаывания тормозов по причине сверхзарядки тормозной сети в головной части поезда.

Во всех этих и подобных случаях при отправлении поезда заторможенные колёса могут с места начать юз, а если уже он начался, то в дальнейшем все условия создаются в пользу всё более и более устойчивого его состояния, ибо коэффициент трения между колесом и рельсом с увеличением скорости уменьшается, а величина трущейся поверхности на колесе становится с каждым километром всё больше, создавая устойчивое положение колесу. Так может продолжаться целый перегон от станции до станции, и тогда выбоина может достигнуть глубины  $15\text{—}18\text{ мм}$ .

Такая выбоина во время вращения колёс является уже чрезвычайно опасной, в особенности при больших морозах, когда рельсы легко подвергаются излому. Бывали случаи, что после прохода поезда на всём тяговом участке насчитывалось до  $150$  лопнувших рельсов по причине выбоин на какой-нибудь одной паре колёс во всём поезде. Глубокая выбоина может быть причиной даже крушения поезда ввиду того, что при скольжении колеса она обхватывает головку рельса образовавшимися ребордами с двух сторон и при входе на стрелку она сносит вагон или тендер в сторону, так как наружный кант головки рамного рельса, будучи более острым, чем внутренний кант, переносит колесо в свою сторону.

Затяжной юз является своего рода технической болезнью, с которой борются всемерно, и если нет до сих пор полного успеха в этом и гарантии неповторения его случаев, то отчасти потому, что юз недостаточно изучен.

Итак, из рассмотренных выше случаев заклинивания колёс, называемого нами юзом, наиболее опасное значение имеет только тот случай, который имеет место при отправлении поезда. Тот юз, который получается при остановке поезда, нас интересует меньше.

При трогании же поезда с места может случиться такое стечение ряда обстоятельств (в том числе как непереносимое условие неполный отпуск тормоза, или «прихватывание» при перезарядке), что сила сцепления колёс с рельсами окажется меньше сил, задерживающих вращение колёс.

Поэтому нам прежде всего надо обратить внимание на величину сил сцепления колёс с рельсами при их вращении и сил трения при скольжении.

## б) Сопоставление коэффициентов сцепления при качении и трения при юзе

Выше, в разделе А настоящего параграфа, в результате исследования была выяснена зависимость коэффициента сцепления колеса с рельсом от скорости и было рекомендовано считать её по американским данным линейной.

Эта зависимость воспроизведена на фиг. 62 жирной линией вверху, под ней точечным пунктиром показана линия зависимости коэффициента трения скользящего колеса при юзе.

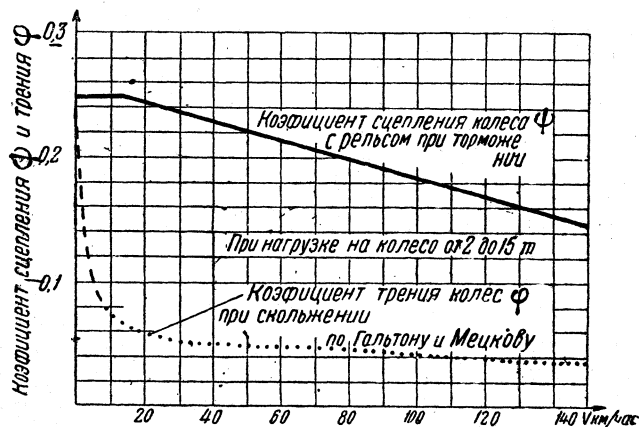
Несмотря на большие удельные давления между колёсами и рельсами, коэффициент сцепления сравнительно небольшой: при скорости, близкой к нулю, он равен по опытным данным около 0,25; с увеличением скорости он несколько уменьшается, так что при  $V = 150 \text{ км/ч}$  он доходит до величины 0,12—0,17. Коэффициент же трения колеса по рельсу при юзе является величиной сравнительно совсем малой.

Из сопоставления этих двух линий — сплошной и пунктирной — видно, почему заклинивание колёс при переходе от качения к юзу происходит почти скачкообразно в чрезвычайно малый промежуток времени от пускового момента до установившегося трения.

Необходимо обратить особое внимание на то, что с увеличением скорости поезда, тронувшегося с места отправления, коэффициент трения скользящего колеса до скорости 20 км/ч падает весьма быстро, а затем, хотя и медленно, всё же продолжает падать.

Характерно, что коэффициенты сцепления и трения колёс по рельсам мало изменяются от скорости и почти не зависят от изменения давления колёс на рельсы в пределах их нагрузок.

Во время юза образуется местная впадина на ободу колеса за счёт истирания материала. При малой скорости происходит слабый процесс механического отрыва частиц металла с трущегося места обода (местный износ). При скорости же больше 15 км/ч количество вырабатываемого тепла в единицу времени становится настолько большим, что оно не успевает так быстро удаляться в сторону рельса и обода. Но рельс является контактом почти изотермическим, в то время как небольшая площадка на колесе является стационарным приёмником тепла. Поэтому тепло на ней быстро накапливается, проникая вглубь



Фиг. 62. Коэффициенты сцепления колёс с рельсами и трения их при юзе

под напором очень высокой температуры, размягчающей поверхностный слой трения настолько, что этот слой превращается в своего рода смазку, всё время возобновляемую дальнейшим размягчением и даже плавлением поверхности.

В результате такого процесса получается выбоина. Продукты указанного местного износа, образующего выбоину, можно наблюдать после прохода поезда, у которого некоторые колёса идут юзом. Они представляют собой металлические пластинки, не успевшие сгореть на воздухе. Пластинки эти бывают большего или меньшего размера, разнообразных форм с рваными краями толщиной от 0,1 до 0,3 мм.

Непрерывный юз при следовании поезда на протяжении 15 км даёт выбоину глубиной в среднем 15—16 мм. Интенсивность образования тепла при скорости 40 км/ч достигает  $3,5 \text{ кал/сек см}^2$  (для тормозной колодки не допускается больше 0,2). Но общее количество тепла, вырабатываемого трением во время юза, всё же меньше, чем при трении тормозной колодки, ввиду малой площади трения. По этим причинам и коэффициент трения скользящего колеса значительно меньше коэффициента трения тормозной колодки, так как механическая энергия трения колеса по рельсу может лишь в малом количестве превращаться в теплоту.

### **в) Обстоятельства, при которых создаётся затяжной юз**

По данным американской и нашей отечественной практики, наиболее частые случаи затяжного юза бывают зимой, в особенности в сильные морозы. Это можно объяснить тем, что низкая температура, с одной стороны, создаёт благоприятные условия для уменьшения сцепления колёс с рельсами, а с другой — притупляет чувствительность работы воздухораспределителей, способствует также появлению утечек воздуха из тормозной сети, что создаёт затяжной, а иногда и неполный отпуск тормозов.

Коэффициент сцепления колёс с рельсами в сильные морозы меньше уже потому, что металл твёрже. Кроме того, рельсы не успевают так быстро изменять свою температуру, как окружающий воздух, и по утрам покрываются изморозью, представляющей собой не что иное как замёрзшую росу. Тормозная же колодка, будучи слегка подогрета во время торможения, в момент остановки поезда сухо и плотно, даже с некоторым заеданием, соприкасается с поверхностью колеса, и если почему-либо тормоз не дал полного отпуска, продолжает оставаться в таком примкнутом к колесу положении.

При низких температурах сопротивление вращению колёс возрастает от застывающей смазки между подшипниками и шейками осей в буксах, в особенности при трогании с места. Кроме того, у воздухораспределителей кожаные манжеты теряют пластичность и могут пропускать воздух; внутри прибора из конденсата сжатого воздуха может образоваться снег. Естественно, что в таких условиях прибор работает хуже, в особенности при отпуске тормозов, когда давление в магистрали обычно подымается медленно.

Но не только одна низкая температура зимой способствует образованию юза.

При трогании товарного поезда с места вагоны приходят в движение не одновременно вместе с паровозом, а последовательно один за другим, по причине провисания стяжек или имеющихся «люфтов» у автосцепок. И это является в некоторой степени необходимым условием для того, чтобы взять с места длинный тяжёлый поезд, в особенности зимой в сильные морозы, когда сопротивление состава большое.

Вслед за открытием регулятора на паровозе между вагонами начинаются последовательные натяжения сцепок, сопровождающиеся ударами или вернее рывками, достигающими иногда значительной силы.

Во время опытов неоднократно было замечено, что силой такого рывка из стандартного прибора, предназначенного для измерения толчков, выбрасывается до восьми шариков, что соответствует статической силе до 400 кг на 1 т. Эта сила, передаваясь на шкворень тележки вагона в виде удара, создаёт относительно её центра тяжести момент, разгружающий заднюю ось. Таким образом, на одно мгновение сила сцепления колёс с рельсами уменьшается и создаётся



одно из условий для появления юза, если только тормоз почему-либо не дал или не успел дать полного отпуска или «прихватил» вследствие сверхзарядки.

В случае неполного отпуска самим тормозом образуется добавочная разгрузка той же задней оси, так как силы сцепления колёс с рельсами обеих осей тележки относительно шкворня последней дают добавочный разгружающий момент.

Во время трогания с места каждого отдельного вагона при накопившейся кинетической энергии пришедших в движение передних вагонов получается более или менее резкий тяговый удар, заставляющий вагон начинать своё движение с некоторым ускорением. В этот момент колёсные пары вследствие своего полярного момента инерции сопротивляются вращению, т. е. стремятся к скольжению.

К этому надо ещё добавить завышенное нажатие тормозных колодок из-за гистерезиса рычажной передачи. Дело в том, что во время незакончившегося отпуска тормоза коэффициент полезного действия рычажной передачи (значительно меньший на стоянке, чем на ходу поезда) проявляется уже не в прямом направлении от тормозного цилиндра к тормозным колодкам, а в обратном — от колодок к цилиндру ввиду того, что нажатие не передаётся на колодки, а снимается с них при каком-то довольно низком давлении в тормозном цилиндре.

Всё это вместе взятое даёт суммарный результат, способствующий образованию юза. Чтобы выявить истинное количественное значение этого результата, необходимо исследовать в отдельности указанные выше факторы.

1. Разгрузку колёсной пары от ударного действия тяговой силы на вагон при трогании вагона с места.

2. Инерционное сопротивление вращению колёсного ската.

3. Сопротивление вращению колёс от трения в шейках оси.

4. Сопротивление вращению колёс от трения при качении.

5. Завышенное нажатие тормозных колодок вследствие гистерезиса рычажной передачи.

6. Разгрузку колёсной пары от действия тормозной силы неотпущенного тормоза.

Из этих шести факторов, совокупность которых вызывает юз, основным, конечно, является тормозная сила. Она может быть большой и малой. Чем меньше та тормозная сила, которая способна вызвать юз, тем чаще он может быть в условиях эксплуатации.

#### г) Анализ причин, создающих юз

1. Разгрузка колёсной пары при трогании вагона с места. При трогании поезда с места иногда из стандартного шарикового прибора выпадает от 6 до 8 шариков.

Нам необходимо определить, какой инерционной силе это соответствует.

В шариковом приборе имеется 10 пар ячеек (направленных вперёд и назад) со стальными шариками. Углы наклона доньшек этих ячеек к горизонтали показаны на фиг. 63. По ним легко определить, какую силу  $F$  надо приложить к шарiku, чтобы вывести его из соответственной ячейки

$$F = q \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $q$  — вес шарика.

Вообще вес шарика является величиной произвольной. Поэтому для определения удельной силы толчка, т. е. отнесённой к одной тонне, мы можем в формуле вместо  $q$  подставить 1 000 кг, и тогда получим указанные в таблице фиг. 63 искомые удельные силы.

Возьмём для рассмотрения наиболее вероятные толчки, дающие выпадение шести шариков. Из таблицы видно, что это соответствует 200 кг на 1  $m$  веса вагона. Если принять вес тележки в среднем в 3  $m$ , то при трогании с места на шкворне создаётся сила в 600 кг. Эта сила по отношению к центру тяжести тележки, отстоящего от шкворня на расстоянии 0,350  $m$ , создаёт опрокидывающий момент

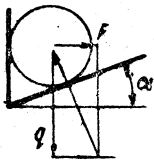
$$600 \cdot 0,350 = 210 \text{ кг} \cdot m,$$

что при базе тележки в 1,8 м (фиг. 64) даёт следующую разгрузку задней оси:

$$\Delta q_1 = 210 : 1,8 = 137 \text{ кг.} \quad (1)$$

2. Инерционное сопротивление вращению колёсного ската при трогании с места. Как было найдено в п. 1, на все части вагона при трогании с места действует удельная сила в 200 кг/т (если удар даёт выпадение из измерительного прибора шести шариков). Принимаем, что колёсный скат весит округлённо 1 т. Радиус колеса обозначим через  $r$ , а радиус инерции ската относительно его оси через  $\rho$  (фиг. 65). Известно, что

$$F = q l \operatorname{tg} \alpha$$

№ шарика			Сила тяжести $F$ кг/т
	$\alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	
1	89°10'	0,05	50
2	87°10'	0,06	60
3	85°40'	0,08	80
4	84°20'	0,10	100
5	81°30'	0,15	150
6	78°50'	0,20	200
7	75°10'	0,30	300
8	68°00'	0,40	400
9	58°50'	0,60	600
10	51°20'	0,80	800

где  $I$  — момент инерции;

$M$  — масса ската;

$Q$  — вес ската;

$g$  — ускорение силы тяжести.

Возьмём следующую величину для вагонного ската<sup>1</sup>

$$\frac{I g}{r^2} = 420,$$

откуда:

$$I g = 420 \cdot r^2$$

Подставляя значение  $I g$  в предыдущее равенство, получаем:

$$\rho^2 = 420 \frac{r^2}{Q}.$$

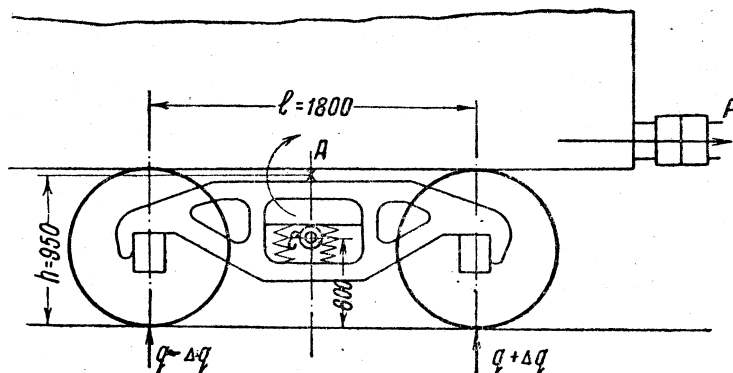
Так как диаметр колеса [1 м, а вес 1000 кг,

то

$$\rho^2 = 420 \frac{0,5^2}{1000} = 0,105 \text{ м}^2. \quad (a)$$

Фиг. 63. Характеристика шарикового прибора для измерения реакций

Предполагается, что на расстоянии  $\rho = \sqrt{0,105}$  м от оси сосредоточена вся масса колеса. В этой точке, имеющей касательную скорость  $V_0$ , развивается инерционная сила



Фиг. 64. Схема тележки вагона

$$M \frac{dv_0}{dt}.$$

<sup>1</sup> Тяга поездов, проф. Бабицкий А. М. и Егорченко В. Ф., стр. 254.

Её уравнивает сила сцепления колеса с рельсом  $b_i$ . Моменты этих сил относительно центра колеса конечно равны между собой и взаимно противоположны, поэтому имеем:

$$M \rho \frac{dv_0}{dt} = b_i r.$$

Но  $v_0$  при угловой скорости  $\omega$  и радиусе  $\rho$  равно произведению  $\rho\omega$ , поэтому

$$M \rho^2 \frac{d\omega}{dt} = b_i r. \quad (б)$$

Это мы определили равновесие вращательных моментов. Но весь скат движется под действием силы в 200 кг не только вращательно, но и поступательно с каким-то ускорением, поэтому можно написать такое дифференциальное уравнение движения

$$M \frac{dv}{dt} = 200 - b_i,$$

где  $b_i$  есть, как указывалось выше, сила сцепления колёс с рельсами, а  $v$  — поступательная скорость центра колеса.

Но так как этот центр, можно сказать, стремится опрокинуться около мгновенного центра касания колеса с рельсом, то скорость в этом случае является касательной скоростью на окружности, описываемой радиусом  $r$ , и поэтому можно написать, что

$$v = \omega r.$$

Подставляя это значение  $v$  в предыдущее уравнение, получаем

$$Mr \frac{d\omega}{dt} = 200 - b_i. \quad (в)$$

Имея два уравнения (б) и (в) с двумя неизвестными  $\omega$  и  $b_i$  мы можем из них определить интересующую нас силу сцепления  $b_i$ .

Для этого умножим уравнение (в) на  $\rho^2$ , а уравнение (б) на  $r$  и вычтем одно из другого

$$M \rho^2 r \frac{d\omega}{dt} = 200 \rho^2 - b_i \rho^2$$

$$M \rho^2 r \frac{d\omega}{dt} = b_i r^2$$

$$0 = 200 \rho^2 - b_i \rho^2 - b_i r^2,$$

или

$$b_i (\rho^2 + r^2) = 200 \rho^2,$$

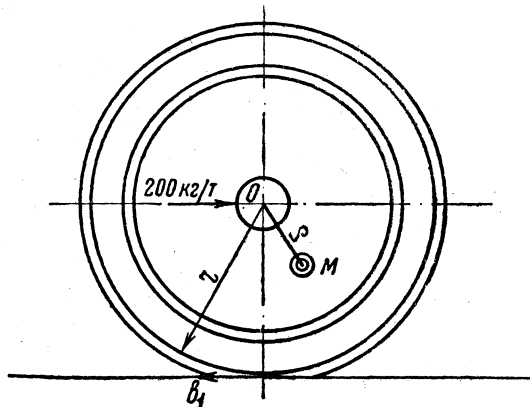
откуда

$$b_i = \frac{200 \rho^2}{\rho^2 + r^2},$$

где 200 кг/т — сила рывка;

$\rho^2$  — согласно (а) = 0,105 м<sup>2</sup>;

$r$  — радиус колеса 0,5 м



Фиг. 65. Определение инерционного сопротивления вращения колёс

и потому  $r^2 = 0,25$ . Таким образом

$$b_i = \frac{200 \cdot 0,105}{0,105 + 0,25} \approx 59 \text{ кг.} \quad (\text{II})$$

Значит, касательная сила на ободах колёс, препятствующая их вращению, равна 59 кг. Эта сила вызывается инерционным сопротивлением массы всей оси её вращению при трогании с места.

3. Сопротивление вращению колёс от трения в шейках оси. В момент трогания сопротивление вагонов больше, чем во время движения, что является следствием повышенных сопротивлений в осевых шейках в момент перехода от покоя к движению.

Это сопротивление происходит от тонкого слоя смазки между шейкой и подшипником и от повышенной вязкости охладившейся смазки во время стоянки поезда зимой при низких температурах.

Отношение диаметров шейки к диаметру колеса в среднем равно 1:8. Коэффициент трения смазанной шейки, находившейся без движения около 10 мин., при трогании с места можно принять равным 0,06, при больших морозах даже 0,08, а при стоянке в течение 20 мин. — 0,10. В общем, называя его буквой  $f$ , при нагрузке на шейку оси в 1 000 кг удельное касательное сопротивление на ободе колеса будет

$$w_1 = \frac{1\,000 f}{8} = 125 f \text{ кг/м.}$$

Если принять  $f = 0,08$ , а нагрузку на ось  $q'$  (т), то

$$w_1 = 125 \cdot 0,08 q' = 10 q'. \quad (\text{III})$$

4. Сопротивление от трения при качении. Оно действует непосредственно на обод колеса.

В руководствах по тяге поездов указывается, что величина сопротивления от перекачивания по опытным данным равняется от 0,3 до 0,5 кг/м, а в момент трогания с места и больше. Примем в нашем случае для нагрузки на ось в  $q$  (т)

$$w_2 = 0,6 q \text{ кг.} \quad (\text{IV})$$

5. Завышенное нажатие тормозных колодок вследствие гистерезиса рычажной передачи. Коэффициент полезного действия рычажной передачи во время хода поезда принимается равным 0,9. главным образом ввиду наличия пружины в тормозном цилиндре (о к. п. д. рычажной передачи см. стр. 175). На остановке же, как показывают измерения, он равен около 0,6.

Называя передаточное число рычажной передачи буквой  $n$ , силу по штоку тормозного цилиндра произведением  $\Omega \Delta z_1$  (в котором  $\Omega$  означает площадь поршня и  $\Delta z_1$  давление воздуха), а  $\Delta x_1$  соответственное нажатие тормозных колодок, можем составить равенство (если торможение произведено на ходу поезда):

$$\Delta x_1 = 0,9 \Omega \Delta z_1 n.$$

Но когда поезд остановится и давление в тормозном цилиндре станет уменьшаться и, дойдя до  $\Delta z_2$  почему-либо задержится на этой величине, тогда передача силы произойдёт в обратном порядке: от тормозных колодок к штоку тормозного цилиндра. А так как на стоянке коэффициент полезного действия рычажной передачи мы приняли равным 0,6, то можно написать такое равенство:

$$0,6 \Delta x_2 = 0,9 \Omega \Delta z_2 n$$

или

$$\Delta x_2 = 1,5 \Omega \Delta z_2 n.$$

Если же полное нажатие на все тормозные колодки назвать буквой  $x$ , а отношение  $\Delta x_2 : x$  выразить через  $\alpha$ , то последнему равенству можно придать такой вид:

$$\alpha x = 1,5 \Omega \Delta z_2 n,$$

откуда

$$\alpha = \frac{1,5 \Omega \Delta z_2 n}{x}.$$

С другой стороны, нажатие тормозных колодок (при полном торможении) на ходу поезда будет

$$x = 0,9 \Omega z n,$$

где  $z$  — давление воздуха в тормозном цилиндре при полном торможении. Поэтому, подставляя это значение в предыдущее равенство, получаем

$$\alpha = \frac{1,5 \Omega \Delta z_2 n}{0,9 \Omega z n} = 1,66 \frac{\Delta z_2}{z}.$$

Здесь  $\alpha$  представляет собой коэффициент пропорциональности, указывающий долю нажатия тормозных колодок от полного нажатия  $\Sigma x$  на все тормозные колодки вагона. Но этот же коэффициент относится и к полному нажатию колодок в отдельности каждой оси. Это нажатие названо выше буквой  $x$ , а создавшееся пониженное нажатие обозначено через  $\Delta x_2$  при оставшемся давлении воздуха в тормозном цилиндре  $\Delta z_2$ . Поэтому можем написать равенство:

$$\Delta x_2 = \alpha x = 1,66 \frac{\Delta z_2}{z} x.$$

При этом сила торможения на ободах колёс выразится

$$\Delta x_2 \varphi = 1,66 \frac{\Delta z_2}{z} x \varphi, \quad (V)$$

где  $\varphi$  — коэффициент трения колодок.

Формула (V) характеризует явления гистерезиса, состоящего в том, что при обратном направлении силы в рычажной передаче от тормозных колодок к тормозному цилиндру, когда в последнем падает давление, нажатие колодок и тормозная сила становятся больше теоретической расчётной, взятой по направлению от тормозного цилиндра к колодкам и колёсам.

Необходимо только помнить, что это происходит лишь в том случае, когда на стоянке давление в тормозном цилиндре с высшего переходит на низшее. Но этот переход совершается вначале при постоянной величине нажатия тормозных колодок, в то время как давление в тормозном цилиндре меняется до определённой величины. Так, если во время движения поезда в тормозном цилиндре имелось давление  $\Delta z_1$ , давшее нажатие на тормозные колодки  $\Delta x_1$ , то затем при падении давления в тормозном цилиндре до определённой величины  $\Delta z_2$  нажатие на колодки  $\Delta x_1$  не будет изменяться до тех пор, пока будет существовать условие

$$0,9 \frac{\Delta z_1}{z} x = \Delta x_1 = 1,66 \frac{\Delta z_2}{z} x.$$

Если взять из этого выражения крайние условия для равенства одной и той же величины  $\Delta x_1$ , то можем написать:

$$0,9 \frac{\Delta z_1}{z} x = 1,66 \frac{\Delta z_2}{z} x,$$

или

$$\Delta z_2 = 0,54 \Delta z_1.$$

Отсюда делаем вывод, что нажатие тормозных колодок на стоянке при падении давления в тормозном цилиндре не изменяется до тех пор, пока это падение не достигнет величины 0,54 от первоначальной его величины. Это показано графически на фиг. 66, из которой видно, что торможение на ходу поезда происходит по линии  $ob$ , а отпуск по линии  $bco$ . Линия  $oa$  является теоретической.

6. Разгрузка колёсной пары от действия тормозной силы. Если до трогания поезда с места почему-либо ещё не получился полный отпуск какого-нибудь тормоза и в тормозном цилиндре осталось

какое-то давление воздуха  $\Delta z_2$ , то на основании (V) тормозная сила двух осей будет

$$2b = 3,32 \frac{\Delta z_2}{z} \times \varphi.$$

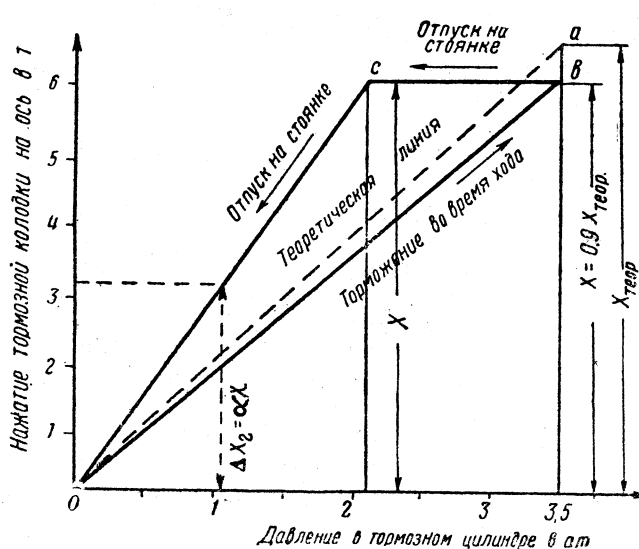
Эта тормозная сила одной тележки, являясь суммой отдельных сил в точках касания колёс с рельсами, образует совместно с равной и противоположной силой реакции на шкворне, на высоте 0,95 м от головок рельсов (фиг. 64), следующий момент, опрокидывающий тележку

$$0,95 \cdot 3,32 \frac{\Delta z_2}{z} \times \varphi \text{ или } 3,15 \frac{\Delta z_2}{z} \times \varphi.$$

При величине базы между осями колёс тележки 1,8 м получается следующая разгрузка задней (по ходу) оси:

$$\Delta q_2 = \frac{3,15}{1,8} \frac{\Delta z_2}{z} \times \varphi = 1,75 \frac{\Delta z_2}{z} \times \varphi. \quad (\text{VI})$$

7. Чем меньшие давления в тормозных цилиндрах способны вызвать юз, тем он чаще бывает в эксплуатации. Основной силой, способной вызвать юз, является тормозная сила. Последняя определяется величиной давления воздуха в тормозном цилиндре.



Фиг. 66. Гистерезис рычажной передачи

провожающееся выпуском воздуха высокого давления из тормозных цилиндров, обеспечивается вполне надёжно.

Объяснение этому мы находим в наличии больших разниц как напорного давления в главном резервуаре над давлением в магистрали, так и давления в тормозных цилиндрах над атмосферным давлением. То и другое даёт энергичное струйное движение воздуха, обеспечивающее надёжность начала отпускного действия всех тормозов в поезде. Что же касается конца рассматриваемого отпуска или вообще отпуска после небольших ступенчатых торможений, имеющего затяжной характер по причине выравнивания давлений, то такой отпуск происходит уже значительно менее энергично. И тогда по причинам каких-нибудь малых неисправностей воздухораспределителя у какого-нибудь из вагонов поезда отпуск может даже не закончиться, в особенности при полужёсткой системе тормозов со ступенчатым отпуском.

У тормозов типа Вестингауза, т. е. совершенно мягких, неотпуск может получаться по причине неисправности тройного клапана. Во время стоянки

поезда на станции неотпустивший тормоз истощается и в тормозном цилиндре к моменту отправления может оказаться малое давление.

В случае сверхзарядки тормозов при отпуске может быть лёгкое притормаживание нескольких тормозов в голове поезда, т. е. опять-таки какое-то небольшое давление в тормозных цилиндрах.

Таким образом, случаи задержки малого давления в тормозном цилиндре вследствие таких причин, как затяжной отпуск, неполный отпуск, самоторможения в эксплуатации, могут быть гораздо чаще, чем случаи неотпуска тормозов с задержкой в тормозном цилиндре высокого давления. Поэтому чем ниже давление, способное вызвать юз, тем больше будет случаев юза.

Отсюда можно сделать важный вывод, что применяемый в нашей практике способ получения порожнего режима в товарных тормозах посредством пониженного давления в тормозном цилиндре (при полном торможении — 2 ат) является не совсем желательным.

8. Суммарное значение всех факторов, действующих в пользу юза, при трогании поезда с места. Пользуясь формулами (I), (II)... (VI), можно выяснить, при каком минимальном давлении воздуха в тормозном цилиндре  $\Delta z_2$  возможно возникновение юза.

Сцепление колёс с рельсами является той силой, которая противодействует силам, стремящимся привести колёсную пару к юзу. Она зависит от давления колёс на рельсы. Это давление  $q$  задаётся по весу вагонов, но в данном случае нам надо из него вычесть две разгрузки:  $\Delta q_1$  и  $\Delta q_2$  по формулам (I) и (VI). При этих условиях сила сцепления одной пары колёс будет:

$$(q - \Delta q_1 - \Delta q_2) \psi. \quad (a)$$

Обратные силы, стремящиеся создать юз, дают сумму, состоящую из величин  $b_i$ ,  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $\Delta x_2$ ,  $\varphi$  по формулам (II), (III), (IV) и (V). Сумма их равна:

$$b_i + w_1 + w_2 + \Delta x_2 \varphi. \quad (б)$$

Предположим такое давление воздуха в тормозных цилиндрах, при котором колёса будут уже на границе юза; вычитая из первого выражения (а) второе (б), получим уравнение баланса всех сил, действующих на колёсную пару

$$(q - \Delta q_1 - \Delta q_2) \psi - b_i - w_1 - w_2 - \Delta x_2 \varphi = 0. \quad (в)$$

Значения букв в этом выражении взяты из соответствующих формул, выведенных выше.

$\Delta q_1 = 137 \text{ кг}$  — разгрузка колёс при трогании с места (I);

$\Delta q_2 = 1,75 \frac{\Delta z_2}{z} x \varphi$  — разгрузка колёс от тормоза (VI);

$b_i = 59 \text{ кг}$  — инерционное сопротивление вращению колёс (II);

$w_1 = 10 q'$  — сопротивление от трения в шейках оси (III);

$w_2 = 0,6 q$  — сопротивление качения (IV);

$\Delta x_2 \varphi = 1,66 \frac{\Delta z_2}{z} x \varphi$  — тормозная сила (V).

Подставляя эти значения в выражение (в), получаем:

$$1000 q \psi - 137 \psi - 1,75 \frac{\Delta z_2}{z} x \varphi \psi - 59 - 10 q' - 0,6 q - 1,66 \frac{\Delta z_2}{z} x \varphi = 0. \quad (г)$$

Значения букв в этом выражении:

$q$  — давление колёсной пары на рельсы в  $m$  (задаётся);

$q'$  — давление на шейки колёсной пары в  $кг$  ( $q - 1$ )  $m$ ;

$z$  — максимальное давление воздуха в тормозном цилиндре при полном торможении в  $ат$  (при гружёном режиме 3,5 ат, при порожнем 2 ат);

$\Delta z_2$  — то давление воздуха в тормозном цилиндре, которое после первоначального  $\Delta z_1$ , уменьшившись, осталось к моменту трогания поезда (искомое, угрожающее вызвать юз);

$x$  — максимальное нажатие тормозных колодок при полном торможении одной колёсной пары в кг (при гружёном режиме 6 500 кг, при порожнем 3 500 кг);  
 $\varphi$  — коэффициент трения тормозной колодки (при трогании с места при малом нажатии—0,4);  
 $\psi$  — коэффициент сцепления колёс с рельсами (при сильных морозах 0,20).  
 Из уравнения (г) нам надо определить величину  $\Delta z_2$ , для чего преобразуем его: перенесём члены, содержащие  $\Delta z_2$ , в правую часть

$$(1\,000 q \psi - 137 \psi - 59 - 10 q' - 0,6 q) = (1,75 \psi + 1,66) \frac{x \varphi}{z} \Delta z_2.$$

Откуда находим

$$\Delta z_2 = \frac{[(1\,000 q - 137) \psi - 59 - 10 q' - 0,6 q] z}{(1,75 \psi + 1,66) x \varphi}. \quad (56)$$

По этой формуле можно определить то наименьшее давление воздуха в тормозном цилиндре, при котором будет возможен юз.

Сделаем это для трёх нагрузок  $q$  одной оси на рельсы: 5 т, 10 т и 18 т.

При нагрузке на рельсы от одной оси 5 т при порожнем вагоне, следовательно и при порожнем режиме тормоза, когда  $z = 2$  ат и  $x = 3\,500$  кг, имеем

$$\Delta z_2 = \frac{[(5\,000 - 137) \cdot 0,2 - 59 - 10 \cdot 4 - 0,6 \cdot 5] 2}{(1,75 \cdot 0,2 + 1,66) 0,4 \cdot 3\,500} = 0,62 \text{ ат.} \quad (57')$$

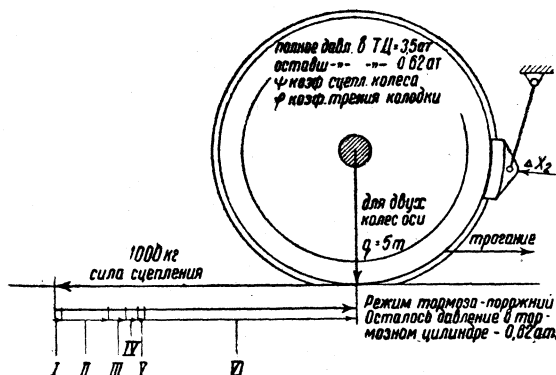
Для второго случая при давлении оси 10 т — режим гружёный:

$$z = 3,5, \quad x = 6\,500,$$

$$\Delta z_2 = \frac{[(10\,000 - 137) 0,2 - 59 - 10 \cdot 9 - 0,6 \cdot 10] 3,5}{(1,75 \cdot 0,2 + 1,66) 0,4 \cdot 6\,500} = 1,22 \text{ ат.} \quad (57'')$$

Для третьего случая при давлении оси 18 т

$$\Delta z_2 = \frac{[(18\,000 - 137) 0,2 - 59 - 10 \cdot 17 - 0,6 \cdot 18] 3,5}{(1,75 \cdot 0,2 + 1,66) 0,4 \cdot 6\,500} = 2,17 \text{ ат.} \quad (57''')$$



Фиг. 67. Колёсная пара на границе юза при трогании поезда с места

Силы, стремящиеся создать юз по формуле (г):

I — от уменьшения сцепления при трогании	27 кг
II — от уменьшения сцепления вследствие притормаживания	151 »
III — инерционное сопротивление вращению колёс	59 »
IV — трение в подшипниках	40 »
V — сопротивление качению	3 »
VI — сила притормаживания	720 »
	1000 кг

Из первого примера видно, что порожний вагон на порожнем режиме является наиболее неблагоприятным в отношении затяжного юза. Отпуск тормозов в длинных товарных поездах под конец весьма затягивается и тогда в тормозном цилиндре надолго остаётся давление около 1 ат. Нередко происходят неполные отпуска, также бывают случаи самоторможения (прихватывания тормозов) после сверхзарядки.

Во всех этих и подобных им случаях порожнему вагону угрожает юз; он начинается уже тогда, когда в тормозном цилиндре ещё имеется давление всего лишь 0,62 ат. Действительно на практике наиболее частые юзы происходят у порожних вагонов.

Для более ясного представления всех причин, создающих юз при порожнем режиме тормоза у порожнего вагона, приводится фиг. 67. Под колесом, символически изображающим ко-



лѣсную пару, т. е. два колеса, наложенные в проекции одно на другое, показана сила сцепления, соответствующая полному давлению колѣс на рельсы; её направление справа налево. Несколько ниже представлена сумма различных сил, стремящихся препятствовать вращению колѣс. Составляющие силы взяты по формуле (г).

#### д) Степень устойчивости юза на ходу пеезда

Всем известны тяжѣлые последствия затяжного юза: однако степень устойчивости его после отправления пеезда со станции ещё недостаточно изучена, тем более что эта устойчивость настолько прогрессивно увеличивается, что на коротком расстоянии пройденного пути (2,0—2,5 км) она достигает такой степени, при которой тормоз может отпустить, а юз будет продолжаться сам по себе без нажатия тормозных колодок. Это иногда замечалось на практике и полностью подтверждается теоретическим исследованием.

Устойчивость затяжного юза прогрессирует, с одной стороны, с увеличением скорости пеезда и, с другой — с увеличением пройденного расстояния.

С увеличением скорости коэффициенты трения скользящего колеса по рельсу уменьшаются чрезвычайно быстро, по закону, указанному на фиг. 62 пунктирной линией. Если при трогании с места коэффициент сцепления колѣс с рельсами равен 0,20—0,25, то уже при скорости 5 км/ч коэффициент трения колеса, идущего юзом, равен 0,10, при скорости 10 км/ч — 0,07, а при 20 км/ч — 0,06. Ясно, что если при коэффициенте сцепления 0,2 при трогании пеезда появился юз, то когда пеезд уже начал двигаться с самой малой скоростью 5 км/ч, юз становится сразу вдвое устойчивее, так как коэффициент трения скользящего колеса по рельсу в это время уже вдвое меньше. При скорости 10 км/ч эта устойчивость становится втрое больше. Конечно, всё это имеет место при условии, что давление в тормозном цилиндре не уменьшается.

Но тут же начинает действовать второй фактор устойчивости юза, это начинающийся ползун, т. е. зарождающаяся выбоина.

Замечено, что если колесо проходит непрерывно юзом расстояние в 10 км, то глубина выбоины получается около 10 мм, т. е. в среднем по 1 мм на 1 км. Надо полагать, что вначале выбоина образуется несколько быстрее ввиду большего удельного давления. Исходя из этого условия, задаѐм себе вопрос: при какой глубине выбоины колѣсная пара не может сама по себе выйти из юза даже при отпущенном торможении?

На фиг. 68 показано колесо, у которого от трения по рельсам получилась выбоина глубиной  $\delta$  и длиной  $2\lambda$ . Выбоина, конечно, может достигнуть такой величины, что колесо потеряет способность вращаться даже при отпущенном тормозе. Это получится, когда наступит равенство моментов

$$fq(r - \delta) = q\lambda,$$

где  $f$  — коэффициент трения колеса по рельсу. Из чертежа имеем:

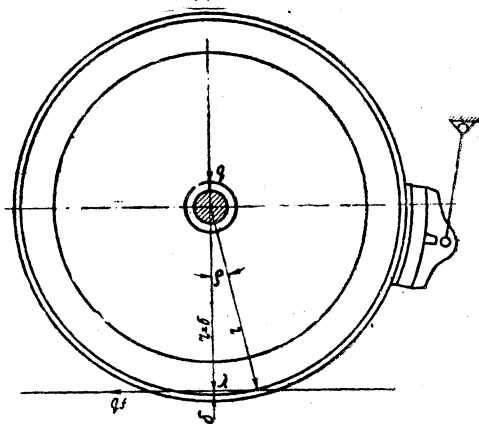
$$\lambda = (r - \delta) \operatorname{tg} \rho.$$

Поэтому предыдущее равенство можно написать в таком виде:

$$fq(r - \delta) = q(r - \delta) \operatorname{tg} \rho,$$

или

$$f = \operatorname{tg} \rho.$$



Фиг. 68. Юз при отпущенном тормозе

Известно, что коэффициент трения равен тангенсу такого угла, который является «углом трения».

Отсюда заключаем, что когда выбоина образует такую хорду, центральный угол которой равен двум углам трения, то колёсный скат будет уже на границе устойчивого юза даже тогда, когда тормозные колодки не нажимают на колёса.

Если принять коэффициент трения  $f$  равным 0,1, то, следовательно, этот критический момент наступает, когда

$$\operatorname{tg} \rho = 0,1,$$

что соответствует  $\rho = 5^\circ 45'$

и

$$\cos 5^\circ 45' = 0,994968.$$

Расстояние  $\delta$  между дугой окружности и хордой определяется, как это видно из чертежа, по такой формуле:

$$\delta = r(1 - \cos \rho)$$

или при радиусе колеса в 500 мм

$$\delta = 500(1 - 0,994968) = 2,5 \text{ мм.}$$

Это легко проверить другим путём.

Из чертежа имеем

$$\lambda = (r - \delta) \operatorname{tg} \rho.$$

Но так как  $\delta$  представляет собой очень малую величину по сравнению с  $r$ , то без большой погрешности можно считать, что

$$\lambda = r \operatorname{tg} \rho;$$

при  $r = 500$  мм и  $\operatorname{tg} \rho = 0,1$  имеем

$$\lambda = 500 \cdot 0,1 = 50 \text{ мм.}$$

Тогда из треугольника, образованного сторонами  $r$ ,  $r - \delta$  и  $\lambda$ , находим:

$$r^2 - \lambda^2 = (r - \delta)^2$$

или

$$250\,000 - 2\,500 = 247\,500 = (r - \delta)^2.$$

Поэтому

$$r - \delta = \sqrt{247\,500} = 497,5,$$

а так как  $r = 500$ , то

$$\delta = 500 - 497,5 = 2,5 \text{ мм.}$$

Оба способа решения показывают, что свободный юз может начинаться с того момента, когда выбоина достигнет глубины больше 2,5 мм.

Заметим, что мы взяли коэффициент трения  $f = 0,1$ , соответствующий скорости 5 км/ч. При большей скорости, очевидно свободный юз может начаться и при меньшей глубине выбоины. Впрочем, надо заметить, что этому мешают отчасти сотрясения колёс на стыках.

Так как выбоина увеличивается с каждым километром пройденного пути приблизительно на 1 мм, то через 3 или 3,5 км тормоз может оказаться уже отпущенным, а юз будет продолжаться сам по себе и получать всё большую устойчивость как из-за увеличения пройденного пути, так и вследствие увеличивающегося нагрева до температуры сильного размягчения или даже плавления трущегося места, что действует подобно смазке при скольжении колёс по гладким поверхностям головок рельсов.

#### е) Общее заключение

Данное исследование затяжного юза раскрывает перед нами полностью всю его природу, опасность и вред. Отсюда заключаем, что необходимо использовать это исследование с целью устранения возможности возникновения затяжного юза как зимой, так и летом. А для этого нужно, с одной стороны,

устранить все поддающиеся устранению причины его появления, а с другой — создать такие условия, чтобы возникший юз мог быть сразу замечен и устранён.

К таким мерам принадлежат следующие.

1. После остановки поезда машинист не должен трогать его с места до тех пор, пока не убедится (по времени), что все тормоза в составе дали полный отпуск.

2. То же самое после пробы тормозов на станции или вообще на стоянке перед отправлением.

3. С места брать поезд надо по возможности плавно, не взирая на то, что автосцепка выдерживает оттяжки и удары большой силы.

4. Зимой применять незастывающие сорта смазки для букс. Подливать смазку в буксы надо аккуратно, без избытка, который после стекает в колёса и на рельсы.

5. Кондукторские бригады в поездах должны нести ответственность в одинаковой мере с поездным мастером за выбоины на колёсах.

После остановки поезда каждый кондуктор и поездной мастер должны осмотреть свою часть поезда и убедиться, что все тормоза отпустили. Эту проверку особенно важно произвести на первых двух-трёх остановках после отправления с узловой станции, где был сформирован поезд.

Тот тормоз, который совсем не отпускает или слишком затягивает отпуск (например, на полминуты или больше после того, как все последующие тормоза в направлении к хвосту поезда уже отпустили), надо считать неблагополучным в отношении юза, и поэтому нужно его обязательно выключить, а на разобщительный кран повесить ярлычок с надписью «не отпускает». Такими ярлычками с проволочными повязками должны быть снабжены все поездные бригады.

6. После отправления поезда с места остановки обслуживающий персонал (паровозная бригада, кондукторы и поездной мастер) обязаны выглянуть и окинуть взором весь поезд. Если же по пути случится кривая, то ещё раз надо посмотреть с вогнутой стороны. Ночью ползуны искрят, а днём виден дым и заклиненные колёса; тогда поезд должен быть немедленно задержан, тормоз отпущен и выключен, а на кран повешен ярлык.

7. Будущий новый товарный тормоз, должен быть, во-первых, совершенно мягким в отношении отпуска, т. е. он не должен иметь ступенчатого отпуска; во-вторых, порожний режим или должен осуществляться давлением 3,5 ат, но тогда гружёный режим должен выполняться при помощи добавочного тормозного цилиндра, как это практикуется в Америке, или если осуществлять оба режима в одном тормозном цилиндре, то более надёжным способом, чем в тормозе Матросова, не дающем точных градаций отпуска.

8. Величину ходов поршней тормозных цилиндров у товарных поездов устанавливать не меньше 110 мм во избежание сверхзарядки тормозов передних вагонов, которая даёт самоторможение.

## **§ 22. ОПЫТ ПРИЛОЖЕНИЯ ФОРМУЛЫ ТРЕНИЯ (22) К ВЫВОДУ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЗАТОРМОЖЕННОГО ПОЕЗДА**

В науке о тяге поездов имеются различные способы решения задач, относящихся к движению заторможенного поезда. Наиболее точным из них в настоящее время является способ конечных разностей (с делением процесса на части и с заменой переменной силы на постоянную в каждой части), предложенный проф. Егорченко В. Ф.

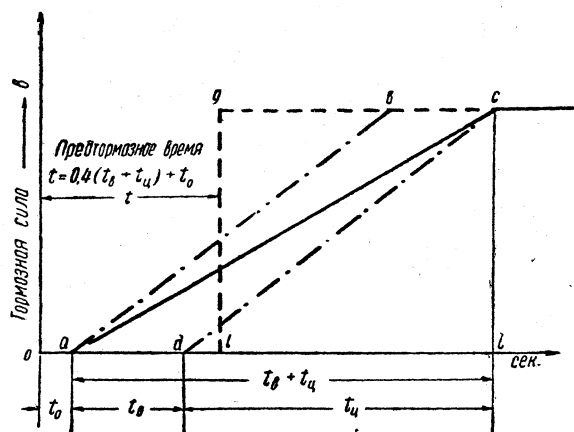
Ниже предлагается способ решения этих задач взятием интеграла. Поскольку на основании теории, изложенной в § 18, нам уже известны формулы зависимости коэффициентов трения и тормозных сил от скорости, постольку решение тормозных задач упрощается.

Предварительно рассмотрим условия, при которых происходит движение заторможенного поезда.

На поезд действуют, наряду с тормозными силами, также его собственные сопротивления, а на спусках и подъёмах — составляющая сила тяжести.

Напомним также, что тормозная сила не сразу достигает требуемой величины, так как нарастание давлений в тормозных цилиндрах, а также распространение тормозной волны вдоль поезда требует некоторого времени. Кроме того, всякому торможению, сделанному по сигналу или по замеченному на пути препятствию, предшествует незначительный промежуток времени от момента восприятия машинистом сигнала до момента приведения им тормозов к полному действию. Поэтому все начальные фазы тормозных операций требуют, при определении длины тормозного пути, особого исчисления. Хотя оно не является основной задачей настоящей работы, предназначенной показать возможность приложения формулы трения к выводу уравнения движения заторможенного поезда, однако для упрощения этого вывода и получения кратких формул необходимо исследовать указанные начальные фазы.

Чтобы упростить искомую формулу, существуют методы замены постепенного нажатия колодок и его распространения вдоль поезда таким нажатием, которое



Фиг. 69. К выводу формулы предтормозного времени

предполагается мгновенно возникшим сразу во всем поезде, что изображено графически на фиг. 69 по линии  $ig$ .

Чтобы при этом эффект предполагаемой тормозной силы был таким же, как в действительности, нужно выяснить, на сколько позже должно начинаться указанное предполагаемое торможение по сравнению с действительным.

На фиг. 69 показано, что в момент, соответствующий началу отсчета времени 0, замечен сигнал остановки и сделано экстренное торможение, в последующий момент времени  $t_0$  получается начало торможения

первого вагона, а в момент  $t_0 + t_b$  — торможение последнего вагона; наконец, в момент времени  $t_0 + t_b + t_y$  заканчивается развитие полной тормозной силы во всем поезде до максимальной величины.

Закон накопления тормозной силы во всем поезде может быть представлен графически в следующем виде.

Предположим, для упрощения рассуждения, что подъем давления в каждом тормозном цилиндре происходит по линейному закону. Тогда мы можем считать, что тормозная сила, будучи пропорциональна этому давлению, возрастает тоже по линейному закону, что и представлено на фиг. 70 в виде линии  $ab$  для первого вагона и  $dc$  для последнего, тормоз которого действует с опозданием на время тормозной волны  $ad$ . Линии действия остальных тормозов в поезде находятся между  $ab$  и  $dc$ . Они не показаны на фиг. 70, но если бы все эти линии изобразить, то число их вместе с двумя крайними было бы равно числу тормозных единиц в поезде.

Всё это семейство кривых, заключающееся внутри контура  $abcd$ , можно себе представить в виде общего действия единого тормоза для всего поезда; линия действия тормозной силы которого будет очевидно средней ломаной линией, состоящей из элементов:  $ae$ , представляющего время первой фазы торможения,  $ef$  — второй фазы и  $fc$  — третьей фазы. Но эта ломаная линия настолько близка к прямой, что мы не сделаем большой погрешности, если заменим ее прямой  $ac$  и будем считать, что всё торможение поезда, развивающееся от нуля до максимальной силы (в функции времени наполнения тормозных цилиндров  $t_y$ , с одной стороны, и длины поезда  $l$  — с другой), суммарно происходит по линии  $ac$ , развиваясь в функции уже только одного времени  $t_{общ} = t_0 + t_y$ , как это показано на чертеже.



Интегрируя это уравнение в пределах:  
для скоростей от  $V_0$ , при которой начато торможение, до  $V$  и для времени от нуля до  $t$ , имеем:

$$\int_{V_0}^V dV = \frac{b\zeta}{t_\Delta} \int_0^t t dt.$$

Решая, получаем:

$$V_0 - V = \frac{1}{2} \frac{b}{t_\Delta} \zeta t^2,$$

или

$$V = V_0 - \frac{1}{2} \frac{b}{t_\Delta} \zeta t^2.$$

Элементарный путь, проходимый поездом в бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , будет:

$$V dt = ds = \left( V_0 - \frac{b}{2t_\Delta} \zeta t^2 \right) dt.$$

Откуда, беря интеграл в левой части от нуля до  $s_\Delta$  и в правой от нуля до  $t_\Delta$ , соответствующего точке  $c$  на фиг. 70, находим:

$$s_\Delta = V_0 t_\Delta - \frac{1}{6} b \zeta t_\Delta^2. \quad (58)$$

Б. Определение длины тормозного пути при действии тормозной силы по закону прямоугольника. При мгновенном появлении тормозной силы максимальной величины по линии  $ig$  (фиг. 70) поезд получает постоянное замедление:

$$\frac{dV}{dt} = b\zeta.$$

Отделяя переменные, получаем:

$$dV = b\zeta dt. \quad (г)$$

Интегрируя это уравнение в пределах:

для скоростей от  $V_0$  в момент начала торможения до  $V$  и для времени от нуля до  $t$ , имеем:

$$\int_{V_0}^V dV = b\zeta \int_0^t dt.$$

Решая, находим

$$V = V_0 - b\zeta t.$$

Помножая обе части на  $dt$ , получаем элементарный путь:

$$ds = (V_0 - b\zeta t) dt,$$

откуда, беря интеграл для левой части от нуля до  $s_\square$ , а для правой от нуля до  $t_\square$ , соответствующего точке  $c$  на фиг. 70, получаем:

$$s_\square = V_0 t_\square - \frac{1}{2} b \zeta t_\square^2. \quad (59)$$

Определение условий, которые надо выполнить при расчётах, чтобы тормозной путь по формуле (59) был равен тормозному пути по формуле (58). Ясно, что длина тормозного пути при торможении по закону треугольника больше, чем по закону прямоугольника. Чтобы их эквивалентно уравнивать, а это является нашей целью, надо разность  $s_\Delta - s_\square$  приравнять нулю.

Эту разность получим, вычтя из формулы (58) формулу (59). Имеем:

$$\begin{aligned} s_{\Delta} &= V_0 t_{\Delta} - \frac{1}{6} b \zeta t_{\Delta}^2 \\ s_{\square} &= V_0 t_{\square} - \frac{1}{2} b \zeta t_{\square}^2 \\ \hline s_{\Delta} - s_{\square} &= V_0 (t_{\Delta} - t_{\square}) + b \zeta \left( \frac{1}{2} t_{\square}^2 - \frac{1}{6} t_{\Delta}^2 \right) \end{aligned}$$

Очевидно, что здесь разность  $s_{\square} - s_{\Delta}$  будет равна нулю лишь в том случае, если в правой части первые и вторые скобки порознь будут равны нулю. Для этого требуется, чтобы вторые скобки удовлетворяли условию, при котором

$$\frac{1}{2} t_{\square}^2 - \frac{1}{6} t_{\Delta}^2 = 0.$$

Таким условием будет

$$\frac{t_{\square}^2}{t_{\Delta}^2} = \frac{1}{3},$$

или

$$\frac{t_{\square}}{t_{\Delta}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,58,$$

откуда

$$t_{\Delta} - t_{\square} = 0,42 t_{\Delta}.$$

Следовательно, чтобы для первых скобок  $t_{\Delta} - t_{\square} = 0$ , нужно  $t_{\square}$  увеличить на  $0,42 t_{\Delta}$ , т. е. начало мгновенного действия тормоза по фиктивной линии  $ig$  надо считать с запозданием на  $0,42 t_{\Delta}$ , а так как по (а)  $t_{\Delta} = t + t_u$ , то значит с опозданием на  $0,42 (t_s + t_u)$ .

Итак при замене постепенного повышения тормозной силы ступенью по линии мгновенного повышения её до расчётной величины, надлежит последнюю считать начинающейся через  $0,42 (t_s + t_u)$  сек., после момента действительного начала торможения. На практике к этому времени добавляется ещё время подготовки (восприятие сигнала и поворот ручки крана машиниста). На фиг. 69 это время отмечено  $t_0$ . Поэтому полное предтормозное время будет

$$t = 0,42 (t_s + t_u) + t_0, \quad (60)$$

где  $t$  — предтормозное время в секундах;

$t_0$  — время подготовки в секундах.

В течение времени  $t$  считается, что поезд следует со скоростью  $V_0$ , следовательно, он проходит предтормозной путь, равный  $V_0 t$ . Если же движение поезда происходит на спуске в  $i \text{ ‰}$ , то он, находясь под действием составляющей силы тяжести, будет в своём движении иметь ускорение, равное  $\zeta i$ . Таким образом, формула предтормозного пути будет такая:

$$s_{пред} = V_0 t + \frac{1}{2} \zeta i t^2.$$

Здесь  $\zeta$ , как будет показано дальше, равно 120; тогда

$$s_{пред} = V_0 t + 60 i t^2, \quad (61)$$

где  $i \text{ ‰}$  число тысячных уклона на спуске, а  $t$  берётся по формуле (60).

Например:

1) для пассажирского тормоза:  $t_u = 8$  сек.,  $t_s = 3$  сек.,  $t_0 = 1$  сек., поэтому:

$$t_{насс.} = 0,42 (8 + 3) + 1 = 5,6 \text{ сек.} = 0,0016 \text{ часа};$$

2) для товарного тормоза  $t_u = 28$  сек.,  $t_s = 6$  сек.,  $t_0 = 1$  сек.; поэтому:

$$t_{тов.} = 0,42 (28 + 6) + 1 = 15,3 \text{ сек.} = 0,0042 \text{ часа}.$$

Подставляя эти значения  $t$  в (61), получаем формулы для предтормозных путей

$$\left. \begin{aligned} s_{\text{опасс.}} &= 0,0016 V_0 + 0,00014 i \text{ км} \\ s_{\text{отгов.}} &= 0,0042 V_0 + 0,001 i \text{ км} \end{aligned} \right\}. \quad (62)$$

В них  $V_0$  берётся в км/ч в момент начала торможения.

Предтормозной путь, взятый по формуле (62), прибавляется к расчётному тормозному пути с нажатыми полностью тормозными колодками, формула которого будет выведена ниже.

Длина тормозного пути при экстренных и полных торможениях играет важную роль в отношении безопасности движения, ввиду чего его расчёт производят для наиболее тяжёлых условий. Поэтому остановка поезда предполагается на руководящем спуске при наибольшей допускаемой расписанием скорости поезда.

#### Вывод формул расчётного пути при полностью нажатых тормозных колодках

Решение поставленной задачи начнём с уравнения, вытекающего из основного закона механики — масса, умноженная на замедление, равна силе

$$M \frac{dv}{dt} = -B. \quad (63)$$

Правая часть этого уравнения взята со знаком минус ввиду того, что написанное алгебраическое равенство правой и левой части должно выражать не только равенство численных значений, но и учитывать векторные направления, считая, что  $B$  без знака минус является противоположной силой по отношению к инерционной силе противодействия массы  $M$ . Для равенства этих величин в динамическом смысле надо в уравнении (63) один из векторов — правый или левый — условно повернуть на обратный.

В науке о тяге поездов все силы, действующие на поезд, относят к 1  $m$  веса поезда; следовательно, в уравнении надо положить

$$M = \frac{1\,000}{g}.$$

Но так как, кроме того, скорость  $v$  принято выражать в км/ч, то ускорение силы тяжести  $g$  необходимо выражать тоже в тех же единицах измерения, т. е. величину 9,81 м/сек<sup>2</sup> надо перевести в км/ч<sup>2</sup>. Для этого метры в числителе разделим на 1 000, а секунды в знаменателе — на 3 600<sup>2</sup>, что даст в результате

$$G = \frac{9,81 \cdot 3\,600^2}{1\,000} = 127\,000 \text{ км/ч}^2.$$

Если учесть вращающиеся массы колёс, приведённые к радиусам их инерции, и прибавить их к массе, имеющей в поезде только поступательное движение, то в найденное ускорение надлежит внести некоторую поправку, уменьшающую ускорение в среднем до 120 000 км/ч<sup>2</sup>. (Проф. А. М. Бабицкий и В. Ф. Егорченко, «Тяга поездов», Трансжелдориздат, 1938 г., стр. 253). Тогда условная величина массы будет

$$M = \frac{1\,000}{120\,000} = \frac{1}{120} = \frac{1}{\zeta}. \quad (64)$$

Итак, в дальнейших выкладках и формулах символ  $\frac{1}{\zeta}$  будет означать массу 1  $m$ . При этом скорость поезда  $V$  должна выражаться в км/ч.

Правая часть уравнения (63) представляет собой следующую сумму сил

$$B = b + w + i, \quad (63^1)$$

где  $i$  — абсолютная величина уклона пути в тысячных долях от пройденного пути. Она одновременно показывает (с достаточной точностью) число килограммов составляющей силы тяжести, действующей на 1  $m$  веса.



поезда по направлению его движения. Эта сила берётся с минусом при движении поезда под уклон;  
 $b$  — как известно удельная тормозная сила, которая выражается формулой:

$$b = 1\,000 \vartheta \varphi \text{ (кг/т)},$$

где  $\vartheta$  — коэффициент тормозного нажатия поезда, а  $\varphi$  — коэффициент трения тормозных колодок. Беря последний по формуле (22), получаем

$$b = 1\,000 \vartheta \frac{12}{V + 40} \text{ (кг/т)},$$

$w$  — собственные удельные сопротивления поезда.

Последние для работы локомотива являются главными, но при определении длины тормозного пути имеют малое значение, например: если рассматривать торможение при высокой скорости, при 80 или 100 км/ч, то удельное сопротивление его с уменьшением скорости до нуля, при среднем весе вагонов брутто 10 т на ось, изменяется всего лишь от 5 до 2 кг/т, в то время как тормозная сила изменяется в обратном порядке — примерно от 70 до 150 кг/т.

Поэтому величину  $w$  можно не принимать во внимание. Если же её учитывать, то как среднюю для скорости  $\frac{1}{2} v_0$  при весе 40 т (брутто четырёх-осного вагона) по табл. 23, помещённой в книге «Тяга поездов» проф. А. М. Бабичкова и В. Ф. Егорченко, 1938 г., стр. 204 или по формуле

$$w_{cp} = 2 + 0,01 v_0,$$

тогда уклон  $i$  надо уменьшать на эту величину, как на постоянную и обратную ему.

На основании этих пояснений величину  $w$  мы исключаем из уравнения и перепишем (63) в следующем виде:

$$\frac{1}{\zeta} \frac{dV}{dt} = - \left( 1\,000 \vartheta \frac{12}{V + 40} + i \right) = \frac{-(12\,000 \vartheta + Vi + 40i)}{V + 40}.$$

Затем, отделяя переменные, получаем

$$dt = \frac{-(V + 40) dV}{\zeta (12\,000 \vartheta + Vi + 40i)},$$

$$\int_0^t dt = - \frac{1}{\zeta} \int_V^0 \frac{(V + 40) dV}{12\,000 \vartheta + Vi + 40i}.$$

Этот интеграл мы можем взять с помощью введения новой переменной. Для этого обозначим знаменатель его буквой

$$z = 12\,000 \vartheta + Vi + 40i, \tag{a}$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{1}{i} (z - 12\,000 \vartheta - 40i) \\ V + 40 &= \frac{1}{i} (z - 12\,000 \vartheta) \\ dV &= \frac{1}{i} dz. \end{aligned} \right\} \tag{б}$$

Подставляя под знак интеграла эти значения, имеем,

$$t = - \frac{1}{\zeta i^2} \int \frac{(z - 12\,000 \vartheta) dz}{z}$$

или

$$t = - \frac{1}{\zeta i^2} \int dz + \frac{1}{\zeta i^2} \int \frac{12\,000 \vartheta dz}{z}.$$

Решая, находим

$$t = \frac{-1}{\zeta i^2} (z - 12\,000 \vartheta \ln z) + C.$$

Теперь вместо  $z$  можно подставить значение его из (а) и взять пределы знаков подстановки.

$$t = \frac{-1}{\zeta i^2} \left[ 12\,000 \vartheta + Vi + 40i \right]_v^o - \frac{-1}{\zeta i^2} \left[ 12\,000 \vartheta \ln (12\,000 \vartheta + Vi + 40i) \right]_v^o.$$

Раскрывая знаки подстановки, получаем

$$t = \frac{V}{\zeta i} - \frac{12\,000 \vartheta}{\zeta i^2} \ln \frac{12\,000 \vartheta + 40i + Vi}{12\,000 \vartheta + 40i},$$

или

$$t = \frac{V}{\zeta i} - \frac{12\,000 \vartheta}{\zeta i^2} \ln \left( 1 + \frac{Vi}{12\,000 \vartheta + 40i} \right). \quad (в)$$

Теперь нам удобнее, и даже необходимо, логарифм представить в виде эквивалентной алгебраической величины. Для этого разложим его в ряд.

По своей форме логарифм (в) соответствует следующему ряду

$$\ln(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \dots$$

Поэтому имеем:

$$\ln \left( 1 + \frac{Vi}{12\,000 \vartheta + 40i} \right) = \frac{Vi}{12\,000 \vartheta + 40i} - \frac{V^2 i^2}{2(12\,000 \vartheta + 40i)^2} + \\ + \frac{V^3 i^3}{3(12\,000 \vartheta + 40i)^3} \dots$$

Вводим этот ряд в выражение (в):

$$t = \frac{V}{\zeta i} - \frac{12\,000 \vartheta V}{\zeta i(12\,000 \vartheta + 40i)} + \frac{12\,000 \vartheta V^2}{2\zeta(12\,000 \vartheta + 40i)^2} - \\ - \frac{12\,000 \vartheta V^3 i}{3\zeta(12\,000 \vartheta + 40i)^3} + \dots$$

Первый член в правой части приводим к одному знаменателю со вторым членом:

$$t = \frac{12\,000 \vartheta V}{\zeta i(12\,000 \vartheta + 40i)} + \frac{40V}{\zeta(12\,000 \vartheta + 40i)} - \frac{12\,000 \vartheta V}{\zeta i(12\,000 \vartheta + 40i)} + \\ + \frac{12\,000 \vartheta V^2}{2\zeta(12\,000 \vartheta + 40i)^2} - \frac{12\,000 \vartheta V^3 i}{3\zeta(12\,000 \vartheta + 40i)^3} + \dots$$

Подставляя вместо  $\zeta$  (обратная величина массы одной тонны) цифровое значение её 120 из (64) и сокращая, получаем

$$t = \frac{V}{120(300 \vartheta + i)} + \frac{\vartheta V^2}{32(300 \vartheta + i)^2} - \frac{\vartheta V^3}{1\,920(300 \vartheta + i)^3}. \quad (г)$$

Покажем, что третий член части этой формулы представляет собой настолько малую величину, что его можно отбросить.

Для этого вычислим время  $t$  по этой формуле для какого-нибудь примерного случая.

Предположим:  $V = 50$  км/ч;  $\vartheta = 0,5$ ;  $i = 10^0/_{00}$ . Тогда

$$t = \frac{50}{168\,000} + \frac{1\,250}{527\,200} - \frac{625\,000}{5\,268\,480\,000} \text{ часа,}$$

или

$$t = 0,003 + 0,0024 - 0,00012 \text{ часа,}$$

переводим в секунды

$$t = 10,8 + 8,6 - 0,4 = 19 \text{ сек.}$$

Отсюда видно, что если отбросить третий член формулы, то получим не 19 сек., а 19,4 сек.

Следовательно, отбрасывание в (г) третьего члена изменяет результат подсчёта времени на доли секунды (в данном случае составляющие 2% от полного времени). Такой величиной при подсчётах тормозных путей обычно пренебрегают, поэтому мы берём формулу (г) без третьего члена, в таком виде:

$$t = \frac{V}{120(300\vartheta + i)} + \frac{\vartheta V^2}{32(300\vartheta + i)^2} \text{ часа.} \quad (66)$$

Чтобы результат получать в секундах, умножаем правую часть на 3600, и тогда получаем такую формулу:

$$t = \frac{30V}{300\vartheta + i} + \frac{112V^2\vartheta}{(300 + i)^2} \text{ сек.} \quad (67)$$

Формулы (66) и (67) дают время пройденного поездом теоретического тормозного пути. К этому времени, как пояснилось выше, надо прибавлять предтормозное время — 13 сек. для товарного тормоза и 5 сек. для пассажирского.

Поэтому для практических целей надлежит пользоваться следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} t_{\text{насс.}} &= \frac{30V}{3000\vartheta + i} + \frac{112V^2\vartheta}{(300\vartheta + i)^2} + 5 \text{ сек.} \\ t_{\text{мос.}} &= \frac{30V}{300\vartheta + i} + \frac{112V^2\vartheta}{(300\vartheta + i)^2} + 13 \text{ сек.} \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Пользуясь формулой (66), легко вывести из неё формулу длины тормозного пути. Для этого предварительно продифференцируем её:

$$dt = \frac{dV}{120(300\vartheta + i)} + \frac{\vartheta V dV}{16(300\vartheta + i)^2}.$$

Так как элемент пройденного поездом пути  $ds$  равен  $Vdt$ , то, помножая обе части написанного равенства на  $V$ , находим:

$$ds = \frac{VdV}{120(300\vartheta + i)} + \frac{\vartheta V^2 dV}{16(300\vartheta + i)^2}.$$

Откуда, для полной остановки поезда со скорости  $V$  имеем

$$\int_0^s ds = \frac{1}{120(300\vartheta + i)} \int_V^0 VdV + \frac{\vartheta}{16(300\vartheta + i)^2} \int_V^0 V^2 dV,$$

или

$$s = \frac{V^2}{240(300\vartheta + i)} + \frac{\vartheta V^3}{48(300\vartheta + i)^2} \text{ км.}$$

Здесь  $i$  имеет абсолютное значение.

Степень точности этой формулы по сравнению с результатами обычных подсчётов в виде готовых таблиц — около 5%.

Прибавляя сюда величину предтормозного пути  $s_0$  по формуле (62) и для спуска беря  $i$  со знаком минус, окончательно получаем:

$$S = \frac{V^2}{240(300\vartheta - i)} + \frac{\vartheta V^3}{48(300\vartheta - i)^2} + s_0 \text{ км.} \quad (69)$$

Пример. Паровоз СО, вес его с тендером . . . . . 145 т  
 вес состава . . . . . 2 000 »  
 вес всего поезда . . . . . 2 145 »

Тормозных осей	Число тормозных осей	Приведённые нажатия на ось
паровозных . . . . .	5	5 т
тендерных . . . . .	4	4 т
на гружёном режиме у четырёхосных вагонов . . . . .	40	5 т
на гружёном режиме у двухосных вагонов . . . . .	32	6 т
на порожнем режиме . . . . .	30	3,5 т

Определяем коэффициент тормозного нажатия для всего поезда:

$$\varphi = \frac{5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 40 \cdot 5 + 32 \cdot 6 + 30 \cdot 3,5}{2 145} = 0,25.$$

На спуске 10‰ при скорости 50 км/ч длина тормозного пути по формулам (62) и (69) будет:

$$S = \frac{50^2}{240(300 \cdot 0,25 - 10)} + \frac{0,25 \cdot 50^3}{48(300 \cdot 0,25 - 10)^2} + 0,0042 \cdot 50 + 0,001 \cdot 10 =$$

$$= 0,160 + 0,150 + 0,200 + 0,010 = 0,521 \text{ км.}$$